

# mini Manuel

# Algèbre



François Liret  
Charlotte Scribot

---

→ L1  
→ IUT

**Cours  
+ exos  
corrigés**

DUNOD

M882

# mini Manuel

d'Algèbre

053846

③

Cours et exercices corrigés



**François Liret**

Maitre de conférences à l'université Paris Diderot

**Charlotte Scribot**

Professeure agrégée au Lycée de Créteil

DUNOD

M882

# mini Manuel

d'Algèbre

053846

3

Cours et exercices corrigés



**François Liret**

Maitre de conférences à l'université Paris Diderot

**Charlotte Scribot**

Professeure agrégée au Lycée de Créteil

DUNOD

# Sommaire

<b>1</b>	<b>L'espace <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>1</b>
1.1	Opérations sur les vecteurs	1
1.2	Sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$	4
1.3	Vecteurs linéairement indépendants	6
	<i>Exercices</i>	9
	<i>Solutions</i>	10
<b>2</b>	<b>Dimension d'un sous-espace de <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>15</b>
2.1	Bases d'un sous-espace vectoriel	15
2.2	Avec plusieurs sous-espace de $\mathbb{R}^n$	20
	<i>Exercices</i>	25
	<i>Solutions</i>	28
<b>3</b>	<b>Résolution de systèmes</b>	<b>35</b>
3.1	Méthode de Gauss	35
3.2	Systèmes homogènes	40
	<i>Exercices</i>	41
	<i>Solutions</i>	42
<b>4</b>	<b>Applications linéaires</b>	<b>47</b>
4.1	Définition	47
4.2	Matrice d'une application linéaire	49
4.3	Produit d'une matrice par un vecteur-colonne	51
4.4	Noyau et image	53

4.5	Équations d'un noyau, base d'un noyau	54
4.6	Injectivité et surjectivité	55
4.7	Endomorphisme, isomorphisme	58
4.8	Matrices d'une application linéaire	60
	<i>Exercices</i>	63
	<i>Solutions</i>	66
<b>5</b>	<b>Application linéaire et dimension</b>	<b>73</b>
5.1	Équations d'un sous-espace de $\mathbb{R}^p$	73
5.2	Théorème de la dimension	76
5.3	Conséquence pour les endomorphismes	77
5.4	Rang d'une application linéaire/d'un système de vecteurs	78
5.5	Méthodes pratiques pour déterminer le rang d'une application linéaire	78
	<i>Exercices</i>	82
	<i>Solutions</i>	84
<b>6</b>	<b>Calcul matriciel</b>	<b>93</b>
6.1	Format d'une matrice	93
6.2	Somme	94
6.3	Produit par un scalaire	95
6.4	Composition et produit	96
6.5	Inverse d'une matrice	99
6.6	Calcul de l'inverse d'une matrice	101
6.7	Transposée	103
6.8	Résumé des règles de calcul matriciel	104
	<i>Exercices</i>	105
	<i>Solutions</i>	107
<b>7</b>	<b>Formes linéaires</b>	<b>115</b>
7.1	Hyperplans	115
7.2	Opérations sur les formes linéaires	117
7.3	Forme linéaire et vecteur-ligne	117
7.4	Formes linéaires indépendantes	118

7.5	Sous-espace de $\mathcal{FL}_n$	119
7.6	Base duale d'une base de $\mathbb{R}^n$	120
7.7	Formes linéaires s'annulant sur un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$	122
7.8	Codimension d'un sous-espace de $\mathbb{R}^n$ , nombre minimal d'équations	124
7.9	Théorème du rang	126
	<i>Exercices</i>	128
	<i>Solutions</i>	130
<b>8</b>	<b>Changement de base</b>	<b>135</b>
8.1	Matrice de passage	135
8.2	Coordonnées d'un vecteur	136
8.3	Inverse d'une matrice de passage	137
8.4	Matrices d'une application linéaire	137
8.5	Matrices d'un endomorphisme	138
8.6	Opérations sur les matrices	139
	<i>Exercices</i>	140
	<i>Solutions</i>	141
<b>9</b>	<b>Espaces vectoriels</b>	<b>149</b>
9.1	Définition et premiers exemples	149
9.2	Sous-espaces vectoriels	151
9.3	Applications linéaires	152
9.4	$\mathbb{R}$ -espaces vectoriels de dimension finie	155
9.5	Applications linéaires (dimension finie)	160
9.6	Matrices d'une application linéaire	163
9.7	Rang d'une application linéaire	165
	<i>Exercices</i>	167
	<i>Solutions</i>	168
<b>10</b>	<b>Déterminant</b>	<b>173</b>
10.1	Déterminants $2 \times 2$	173
10.2	Déterminants $3 \times 3$	176
10.3	Propriétés du déterminant $3 \times 3$	179
10.4	Produit vectoriel	183

<i>Exercices</i>	188
<i>Solutions</i>	190
<b>11 Polynômes</b>	<b>197</b>
11.1 Fonctions polynomiales	197
11.2 Notion de polynôme	198
11.3 Degré	200
11.4 Divisibilité	202
11.5 Racines	204
11.6 Polynômes à coefficients dans $\mathbb{C}$	205
11.7 Division euclidienne	207
11.8 Plus grand commun diviseur	210
11.9 Relation de Bézout	213
11.10 Polynôme dérivé	214
<i>Exercices</i>	217
<i>Solutions</i>	219
<b>12 Fractions rationnelles</b>	<b>227</b>
12.1 Égalité et opérations	227
12.2 Fraction rationnelle et division	229
12.3 Décomposition en somme d'éléments simples	230
12.4 Format d'une décomposition	232
12.5 Exemples	233
<i>Exercices</i>	237
<i>Solutions</i>	237
<b>Formulaire sur les nombres complexes</b>	<b>239</b>
<b>Index</b>	<b>241</b>

# MINI MANUEL

François LIRET  
Charlotte SCRIBOT

## Mini Manuel d'Algèbre

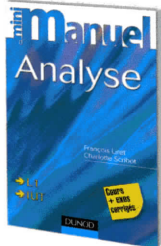
Cet ouvrage de la collection « Mini Manuel » présente tous les aspects de l'algèbre abordés en première année de Licence (filières mathématiques et Sciences de la matière). Des conseils méthodologiques mettent en évidence la démarche. En fin de chapitre, des exercices, tous corrigés, permettent de s'entraîner avant l'épreuve.

### Contenu :

- L'espace  $\mathbb{R}^n$
- Dimension d'un sous-espace de  $\mathbb{R}^n$
- Résolution de systèmes
- Applications linéaires
- Déterminants
- Polynômes
- Fractions rationnelles

### Dans la même collection :

Mini manuel  
d'Analyse



6920581

CAMPUS ALGEBRE



9 782100 554041

6907786

ISBN 978-2-10-054978-8

### François Liret

Maître de conférences à  
l'université Paris Diderot

### Charlotte Scribot

Professeure agrégée au  
Lycée de Créteil

### Public :

- ◆ L1  
Mathématiques,  
Sciences de la  
matière
- ◆ IUT

