

SCIENCES SUP

Rappels de cours et exercices corrigés

Master • CAPES • Agrégation

ANALYSE FONCTIONNELLE ET THÉORIE DES OPÉRATEURS

*Josette Charles
Mostafa Mbekhta
Hervé Queffélec*

DUNOD

M 880

047445
S



ANALYSE FONCTIONNELLE ET THÉORIE DES OPÉRATEURS EXERCICES CORRIGÉS

Josette Charles

Professeur à l'Université de Montpellier 2

Mostafa Mbekhta

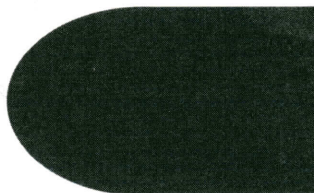
Professeur à l'Université de Lille 1

Hervé Queffélec

Professeur à l'Université de Lille 1

DUNOD

TABLE DES MATIÈRES



AVANT-PROPOS

vii

PREMIÈRE PARTIE

COURS

1	Espaces normés	3
	D1. Définitions	3
	P1. Propriétés	4
2	Théorèmes fondamentaux	5
	D2. Définitions	5
	P2. Propriétés	5
3	Théorème de Hahn-Banach, approches et applications	7
	D3. Définitions	7
	P3. Propriétés	7
4	Opérateurs continus entre espaces normés	9
	D4. Définitions	9
	P4. Propriétés	10
5	Espace de Hilbert	11
	D5. Définitions	11
	P5. Propriétés	12
6	Opérateurs continus entre espaces de Hilbert	13
	D6. Définitions	13
	P6. Propriétés	14
7	Opérateurs compacts	15
	D7. Définitions	15
	P7. Propriétés	15
8	Opérateurs intégraux	17
	D8. Définitions	17
	P8. Propriétés	17
9	Convergence faible et...	18
	D9. Définitions	18
	P9. Propriétés	19
10	Algèbres de Banach	20
	D10. Définitions	20
	P10. Propriétés	21

XIII

Table des matières

SECONDE PARTIE

EXERCICES

CHAPITRE I • ESPACES NORMÉS	25
1 Énoncés	25
2 Solutions	29
CHAPITRE II • THÉORÈMES FONDAMENTAUX	43
1 Énoncés	43
2 Solutions	50
CHAPITRE III • THÉORÈME DE HAHN-BANACH, APPROCHES ET APPLICATIONS	67
1 Énoncés	67
2 Solutions	72
CHAPITRE IV • OPÉRATEURS CONTINUS ENTRE ESPACES NORMÉS	84
1 Énoncés	84
2 Solutions	89
CHAPITRE V • ESPACE DE HILBERT	103
1 Énoncés	103
2 Solutions	110
CHAPITRE VI • OPÉRATEURS CONTINUS ENTRE ESPACES DE HILBERT	127
1 Énoncés	127
2 Solutions	134
CHAPITRE VII • OPÉRATEURS COMPACTS	150
1 Énoncés	150
2 Solutions	161
CHAPITRE VIII • OPÉRATEURS INTÉGRAUX	195
1 Énoncés	195
2 Solutions	200
CHAPITRE IX • CONVERGENCE FAIBLE ET...	219
1 Énoncés	219
2 Solutions	224

Table des matières

CHAPITRE X • ALGÈBRES DE BANACH	238
1 Énoncés	238
2 Solutions	246
RÉFÉRENCES	265

Josette Charles
Mostafa Mbekhta
Hervé Queffélec

ANALYSE FONCTIONNELLE ET THÉORIE DES OPÉRATEURS

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants en Master de mathématiques et aux candidats aux concours de l'enseignement (CAPES et agrégation).

Les thèmes d'analyse fonctionnelle abordés tournent essentiellement autour des espaces et algèbres de Banach et de Hilbert, des opérateurs entre ces espaces et de l'étude du spectre. Ces domaines a priori abstraits sont enrichis, à la fois d'un point de vue mathématique et d'un point de vue pédagogique, par leurs nombreuses interactions avec d'autres domaines très actuels et importants des mathématiques comme la théorie des fonctions et celle de la mesure, la topologie et la convexité.

Les exercices présentent une difficulté graduée afin d'encourager le lecteur et le faire progresser jusqu'à arriver à des résultats relativement récents et élaborés.

Des commentaires et remarques insérés dans les corrigés permettent de mettre en perspective les questions abordées, qui s'inscrivent dans des mathématiques vivantes et en développement.

JOSETTE CHARLES
est professeur à l'université
de Montpellier 2.

MOSTAFA MBEKHTA
ET HERVÉ QUEFFÉLEC
sont professeurs à
l'université Lille 1.



9 782100 545148

6699516

ISBN 978-2-10-054514-8

