



Rachid BEBBOUCHI



**EQUATIONS
DIFFERENTIELLES
PERTURBEES
ET
ANALYSE NON STANDARD**



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

Rachid BEBBOUCHI

**EQUATIONS
DIFFERENTIELLES
PERTURBEES ET ANALYSE
NON STANDARD**

M 88
24/34 2/10



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

1, Place centrale de Ben-Aknoun (Alger)

TABLE DES MATIERES

PRESENTATION, RESUME, CONCLUSION	1
CHAPITRE 0 PETITE HISTOIRE DE L'INFINIMENT PETIT	
1. Le concept est vieux	3
2. Le concept joue un rôle déterminant dans le calcul différentiel	3
3. Enfin un cadre logique (donc "légal")	5
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE 0	6
CHAPITRE I THEORIE DES ENSEMBLES INTERNES	
1. Soyons Logique	8
2. Posons le problème	10
3. La solution de Nelson	11
4. Ensembles internes et ensembles externes	12
5. Principe du transfert	13
6. Principe d'idéalisation	14
7. Principe de standardisation	16
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE I	20
CHAPITRE II THEORIE DES ENSEMBLES INTERNES (BIS)	
1. Principes de permanence	21
2. Continuités	27
3. Dérivabilités	34
4. Conclusion	40
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE II	41
CHAPITRE III APPLICATIONS AUX SYSTEMES DYNAMIQUES	
A. Résultats classiques	
1. Champs de vecteurs	42
2. Systèmes dynamiques	46
3. Bifurcations	57
4. Ensembles minimaux et trajectoires récurrentes	59

B.Nouveaux outils non standard	
1.Approximation d'équations différentielles	65
2.Microscopes et macroscopes	71
3.Stroboscopie	77
4.Moyennisation	81
5.Conclusion	86
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE III	86

CHAPITRE IV THEORIE DES PERTURBATIONS REGULIERES DANS LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES	
1.Systèmes perturbés	88
2.Résultats	89
3.Méthodes asymptotiques	90
4.Petites perturbations de l'oscillateur harmonique	96
5.Formes normales	102
6.Convergence de la mise sous forme normale	108
7.Forme normale d'une application	109
8.Conclusion	113
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE IV	113

CHAPITRE V THEORIE DES PERTURBATIONS SINGULIERES DANS LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES	
A.Problèmes et résultats classiques d'après De Jager	
1.Introduction	114
2.Généralisation	115
3.Méthode générale	115
4.Equations linéaires	116
5.Un problème aux limites linéaire	119
6.Equations semi-linéaires	122
7.Théorème du point fixe	123
B.Analyse non standard et perturbations singulières	
1.Introduction	126
2.Champs lents-rapides de \mathbb{R}^2	131
3.Problèmes aux limites	133

4. Troisième ordre et ses problèmes	136
5. Les problèmes du chasseur	142
6. Conclusion	150
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE V	150
CHAPITRE VI ETUDE DES CANARDS	
1. Qu'est-ce qu'un canard?	152
2. Les premiers canards	154
3. Valeurs à canard	161
4. Conclusion	168
BIBLIOGRAPHIE (SUCCINTE) DU CHAPITRE VI	169
ANNEXE EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES PERTURBEES	
PAR E. DE JAGER	
1. Introduction	171
2. Méthode	173
3. Principe du maximum et perturbations du type elliptique et du second ordre	174
4. Perturbations singulières d'opérateurs hyperboliques	182
5. Perturbations singulières elliptiques d'opérateurs elliptiques	185
6. Perturbations singulières des opérateurs quasi non linéaires	196
BIBLIOGRAPHIE DE L'ANNEXE	198
GLOSSAIRE NON STANDARD	200