

SCIENCES SUP

*Cours et exercices corrigés*

IUT • Licence professionnelle • Master

# ALGORITHMES POUR LA SYNTHÈSE D'IMAGES ET L'ANIMATION 3D

2<sup>e</sup> édition

**Compléments  
sur le web**

*Rémy Malgouyres*

DUNOD

M 873

# ALGORITHMES POUR LA SYNTHÈSE D'IMAGES ET L'ANIMATION 3D

047407  
10

Cours et exercices corrigés



*Rémy Malgouyres*

Professeur à l'université de Clermont 1

2<sup>e</sup> édition

DUNOD

# Table des matières

INTRODUCTION	1
--------------	---

## PARTIE 1 • IMAGES 2D ET QUELQUES PRIMITIVES GRAPHIQUES

### CHAPITRE 1 • PRÉLIMINAIRES : IMAGES NUMÉRIQUES ET COULEURS

1.1 Images discrètes	7
1.2 Représentation des couleurs	7

### CHAPITRE 2 • DESSINER UNE DROITE

2.1 Droites et segments dans le plan	11
2.2 Position du problème	13
2.3 Algorithme naïf	14
2.4 Algorithme incrémental de base	15
2.5 L'algorithme du point milieu	15
2.6 Cas de segments quelconques	19
2.7 Exercices	20

### CHAPITRE 3 • REMPLISSAGE DE POLYGONES

3.1 Polygones dans le plan	21
3.2 Principe du remplissage de polygones	23
3.3 Parcours des arêtes	25
3.4 Le cas des polygones convexes	29
3.5 Le cas des polygones quelconques	35
3.6 Exercices	37

## CHAPITRE 4 • FENÊTRAGE DE POLYGONES 2D

4.1	Notions mathématiques nécessaires au fenêtrage	39
4.2	Algorithme de fenêtrage	41
4.3	Exercices	44

## PARTIE 2 • MODÉLISATION DE COURBES

## CHAPITRE 5 • MATRICES

5.1	Notion de matrice et de vecteur multidimensionnel	47
5.2	Opérations sur les matrices	48
5.3	Inverse d'une matrice	51
5.4	Exercices	52

## CHAPITRE 6 • COURBES PARAMÉTRÉES

6.1	Définition des courbes paramétrées	53
6.2	Dérivée d'une courbe paramétrée	53
6.3	Interpolation, approximation	55
6.4	Courbes polynomiales	56
6.5	Exercices	58

## CHAPITRE 7 • COURBES HERMITIENNES ET DE BÉZIER

7.1	Courbes hermitiennes	61
7.2	Courbes de Bézier cubiques	63
7.3	Courbes de Bézier d'ordre $n$	67
7.4	Expression des courbes de Bézier par les polynômes de Bernstein	67
7.5	Dérivée des courbes de Bézier	70
7.6	Propriétés, avantages et inconvénients des courbes de Bézier	72
7.7	Exercices	73

## CHAPITRE 8 • COURBES B-SPLINES

8.1	Fonctions de la base des $B$ -splines	75
8.2	Algorithme de Boor	78
8.3	Adapter les courbes $B$ -splines à chaque cas	78
8.4	Cas des $B$ -splines cubiques uniformes non rationnelles	80
8.5	Conversions entre courbes de Bézier et $B$ -splines	83
8.6	Courbes $\beta$ -splines cubiques	84
8.7	Courbes $B$ -splines non uniformes rationnelles (NURBS)	85
8.8	Exercices	89

## CHAPITRE 9 • COURBES D'INTERPOLATION

9.1	Le problème général d'interpolation	91
9.2	Interpolation polynomiale	92
9.3	Interpolation par une courbe de Bézier	94
9.4	Interpolation de Hermite cubique par morceaux	95
9.5	Interpolation spline cubique	97
9.6	Exercices	98

## PARTIE 3 • MODÉLISATION DES SURFACES

## CHAPITRE 10 • POLYÈDRES ET QUADRIQUES

10.1	Coordonnées sphériques	103
10.2	Polyèdres	105
10.3	Quadriques	106
10.4	Cylindres de révolution	107
10.5	Cônes de révolution	110
10.6	Sphères	112
10.7	Exercices	115

## CHAPITRE 11 • MODÉLISATION 3D À L'AIDE DE COURBES PLANES

11.1	Vecteurs, orthogonalité et produit vectoriel	117
11.2	Surfaces paramétrées	119
11.3	Extrusion simple	121
11.4	Surfaces de révolution	122
11.5	Extrusion généralisée	124
11.6	Exercices	126

## CHAPITRE 12 • SURFACES DE BÉZIER

12.1	Interpolation bilinéaire et algorithme de Casteljau	129
12.2	Produit tensoriel : réseaux de courbes de Bézier	131
12.3	Forme matricielle dans le cas bicubique	132
12.4	Exercices	133

## CHAPITRE 13 • SURFACES B-SPLINES

13.1	Définition par la base des $N_{i,k}$	135
13.2	Réseau de courbes B-splines	136
13.3	B-splines bicubiques uniformes non rationnelles	136
13.4	Surfaces fermées	137
13.5	Exercices	139

**CHAPITRE 19 • CHANGEMENTS DE REPÈRES ET NAVIGATION**

19.1	Bases vectorielles dans $\mathbb{R}^3$	183
19.2	Changement de base vectorielle	184
19.3	Changements de repère affine	186

**CHAPITRE 20 • NAVIGATION**

20.1	Positionnement quelconque d'une caméra	189
20.2	Navigation	191
20.3	Exercices	196

**CHAPITRE 21 • ANIMATION**

21.1	Positionner un objet dans une scène	
21.2	Trajectoires non verticales	197
21.3	Repère de Frenet	199
21.4	Exercices	200
		201

**PARTIE 6 • RENDU RÉALISTE : LANCER DE RAYONS****CHAPITRE 22 • PRINCIPE DU LANCER DE RAYONS**

22.1	Principe général	
22.2	Calcul des rayons primaires	205
22.3	Schéma général d'algorithme de lancer de rayons	211
22.4	Exercices	213
		215

**CHAPITRE 23 • CALCUL D'INTERSECTIONS RAYON-OBJET**

23.1	Intersections rayon-sphère	217
23.2	Intersections rayon-quadrrique	218
23.3	Intersections rayons-boîte	221
23.4	Intersection rayon-polyèdre	224
23.5	Exercices	227
		230

**CHAPITRE 24 • MODÈLES D'ILLUMINATION POUR LE LANCER DE RAYONS**

24.1	Réflexion et transmission diffuses	233
24.2	Réflexion et transmission spéculaires	233
24.3	Plaquage de textures et cartes de déformation	235
24.4	Exercices	238
		239

**CHAPITRE 25 • ACCÉLÉRATION DU LANCER DE RAYONS PAR OCTREES**

25.1	Groupements de volumes englobants	245
25.2	Partitions par quadtree	245
		246

## CHAPITRE 19 • CHANGEMENTS DE REPÈRES ET NAVIGATION

19.1	Bases vectorielles dans $\mathbb{R}^3$	183
19.2	Changement de base vectorielle	184
19.3	Changements de repère affine	186

## CHAPITRE 20 • NAVIGATION

20.1	Positionnement quelconque d'une caméra	189
20.2	Navigation	191
20.3	Exercices	196

## CHAPITRE 21 • ANIMATION

21.1	Positionner un objet dans une scène	197
21.2	Trajectoires non verticales	199
21.3	Repère de Frenet	200
21.4	Exercices	201

## PARTIE 6 • RENDU RÉALISTE : LANCER DE RAYONS

## CHAPITRE 22 • PRINCIPE DU LANCER DE RAYONS

22.1	Principe général	205
22.2	Calcul des rayons primaires	211
22.3	Schéma général d'algorithme de lancer de rayons	213
22.4	Exercices	215

## CHAPITRE 23 • CALCUL D'INTERSECTIONS RAYON-OBJET

23.1	Intersections rayon-sphère	218
23.2	Intersections rayon-quadrique	221
23.3	Intersections rayons-boîte	224
23.4	Intersection rayon-polyèdre	227
23.5	Exercices	230

## CHAPITRE 24 • MODÈLES D'ILLUMINATION POUR LE LANCER DE RAYONS

24.1	Réflexion et transmission diffuses	233
24.2	Réflexion et transmission spéculaires	235
24.3	Plaquage de textures et cartes de déformation	238
24.4	Exercices	239

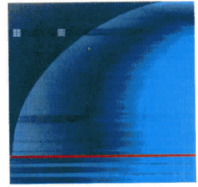
## CHAPITRE 25 • ACCÉLÉRATION DU LANCER DE RAYONS PAR OCTREES

25.1	Groupements de volumes englobants	245
25.2	Partitions par quadtree	246

25.3	Algorithmes dans le cas 3D	248
25.4	Implémentation	249
25.5	Exercices	253
<b>CHAPITRE 26 • SOURCES ÉTENDUES, ÉCHANTILLONNAGE STOCHASTIQUE</b>		<b>255</b>
26.1	Intégrales doubles	255
26.2	Élément d'aire d'une surface paramétrée	258
26.3	Angle solide	258
26.4	Sources lumineuse étendues et équation intégrale	261
26.5	Transformation de l'équation intégrale d'illumination	262
26.6	Application du principe de l'échantillonnage stochastique	263
26.7	Choix de l'échantillon et calcul de l'angle solide	264
26.8	Exercices	267
<b>ANNEXES</b>		
<b>ANNEXE A • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 1</b>		<b>269</b>
A.1	Chapitre 2	269
A.2	Chapitre 3	271
A.3	Chapitre 4	273
<b>ANNEXE B • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 2</b>		<b>277</b>
B.1	Chapitre 5	277
B.2	Chapitre 6	278
B.3	Chapitre 7	281
B.4	Chapitre 8	284
B.5	Chapitre 9	292
<b>ANNEXE C • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 3</b>		<b>297</b>
C.1	Chapitre 10	297
C.2	Chapitre 11	301
C.3	Chapitre 12	306
C.4	Chapitre 13	308
C.5	Chapitre 14	309
<b>ANNEXE D • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 4</b>		<b>311</b>
D.1	Chapitre 15	311
D.2	Chapitre 16	317
D.3	Chapitre 17	318



<b>ANNEXE E • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 5</b>	321
E.1 Chapitre 18	321
E.2 Chapitre 20	326
E.3 Chapitre 21	329
<b>ANNEXE F • CORRIGÉ DES EXERCICES DE LA PARTIE 6</b>	331
F.1 Chapitre 22	331
F.2 Chapitre 23	332
F.3 Chapitre 24	339
F.4 Chapitre 25	342
F.5 Chapitre 26	344
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	347
<b>INDEX</b>	349



Rémy Malgouyres

# ALGORITHMES POUR LA SYNTHÈSE D'IMAGES ET L'ANIMATION 3D

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants d'IUT, de licence professionnelle et de master d'infographie et d'informatique.

Cinéma, publicité, jeux vidéos... L'infographie est aujourd'hui omniprésente dans tous les métiers de l'image. La qualité des images générées avec des ordinateurs dépend de nombreux paramètres tels que la justesse de la modélisation géométrique des objets représentés, le calcul des parties cachées ou la représentation des éclairages.

Ce cours est une introduction aux algorithmes qui permettent la modélisation en 3D. Supposant étonnamment peu de pré-requis, il fait le tour des modèles et techniques incontournables du domaine :

- Infographie 2D : tracé de droites, remplissage de polygones, fenêtrage;
- Modélisation géométrique : construction des courbes, des surfaces complexes ;
- Affichage interactif : élimination des parties cachées, modèles d'illumination, textures ;
- Navigation et animation : déplacement d'une caméra ou d'un objet dans une scène 3D ;
- Rendu réaliste : lancer de rayons, transparence...
- Techniques avancées : accélération et optimisation, échantillonnage stochastique.

Ce livre permet une compréhension complète de ces modèles et algorithmes, avec des rappels de notions mathématiques et de nombreux exercices corrigés.

Un guide et un support logiciel sont disponibles sur le web.

RÉMY MALGOUYRES est agrégé de mathématiques, docteur en informatique, et professeur à l'université de Clermont 1.



9 782100 490684

6460950

ISBN 978-2-10-049068-4



www.dunod.com

