



Sylvie Benzoni-Gavage

Calcul différentiel et équations différentielles

Cours et exercices corrigés

2^e édition

**Mathématiques appliquées
pour le Master/SMAI**

Master
Écoles d'ingénieurs
CAPES/Agrégation

DUNOD

Sylvie Benzoni-Gavage

M867

055821

(5)



Calcul différentiel et équations différentielles

Cours et exercices corrigés

2^e édition

DUNOD

TABLE DES MATIÈRES



Avant-propos	1
Préface de la 1^{re} édition	3
Introduction	5

PARTIE I CALCUL DIFFÉRENTIEL

Chapitre 1 • Différentiabilité	13
1.1 Notions de base	13
1.2 Théorème des accroissements finis	29
1.3 Théorème d'inversion locale	35
1.4 Théorème des fonctions implicites	40
Exercices	42
Solutions	51
Chapitre 2 • Différentielles d'ordre supérieur	69
2.1 Dérivées partielles d'ordre supérieur	69
2.2 Différentielle seconde	70
2.3 Différentielle d'ordre n	75
2.4 Formules de Taylor	80
Exercices	86
Solutions	88
Chapitre 3 • Extrema	97
3.1 Extrema libres	100
3.2 Extrema liés	103
3.3 Fonctions convexes	107
3.4 Introduction au calcul des variations	113
Exercices	116
Solutions	122

Table des matières

Chapitre 4 • Formes différentielles	135
4.1 Champs de vecteurs et 1-formes différentielles	135
4.2 Formes différentielles d'ordre supérieur	137
4.3 Théorème de Poincaré	145
4.4 Théorème de Frobenius	150
4.5 Théorème de Stokes	154
Exercices	160
Solutions	161

PARTIE II ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Chapitre 5 • Équations modèles et outils de base	167
5.1 Modélisation et applications	168
5.2 Résolution explicite	177
5.3 Lemme de Gronwall	181
5.4 Théorème de Cauchy–Lipschitz	182
5.5 Théorème du flot	190
5.6 Équations aux différentielles totales	195
Exercices	198
Solutions	201

Chapitre 6 • Équations linéaires	209
6.1 Existence globale	209
6.2 Résolvante	210
6.3 Coefficients constants	217
6.4 Dichotomies exponentielles et sous-espaces stables	233
6.5 Coefficients périodiques et théorie de Floquet	244
Exercices	250
Solutions	252

Chapitre 7 • Équations autonomes	261
7.1 Courbes intégrales	262
7.2 Flot et portraits de phase	267
7.3 Ensembles ω -limite	274
Exercices	279
Solutions	284

Chapitre 8 • Stabilité des solutions stationnaires	299
8.1 Théorie de Lyapunov	300
8.2 Approche spectrale	306
8.3 Points fixes hyperboliques	310
8.4 Variétés invariantes	317
8.5 Introduction aux bifurcations	324
Exercices	329
Solutions	333
Bibliographie	345
Index	349



Sylvie Benzoni-Gavage

Calcul différentiel et équations différentielles

Cours et exercices corrigés

2^e édition

**Mathématiques appliquées
pour le Master/SMAI**

▶ Master
▶ Écoles d'ingénieurs
▶ CAPES/Agrégation

DUNOD