

COLLECTION



**PIERRE MARTIN APPLI-
CATIONS DE L'ALGEBRE
ET DE L'ANALYSE A LA
GEOMETRIE**

ARMAND COLIN

COLLECTION



**PIERRE MARTIN APPLI-
CATIONS DE L'ALGEBRE
ET DE L'ANALYSE A LA
GEOMETRIE**

ARMAND COLIN

COLLECTION



**PIERRE MARTIN APPLI-
CATIONS DE L'ALGEBRE
ET DE L'ANALYSE A LA
GEOMETRIE**

ARMAND COLIN

Série " Mathématiques " dirigée par André Revuz

PIERRE MARTIN

Ancien élève de l'École normale supérieure

Professeur de mathématiques spéciales au Lycée Janson de Sailly

M841

045941

①



APPLICATIONS DE L'ALGÈBRE ET DE L'ANALYSE A LA GÉOMÉTRIE

M. P. et Spéciales AA'

LIBRAIRIE ARMAND COLIN

103, boulevard Saint-Michel - Paris-5^e



TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	5
PARTIE I : APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ALGÈBRE LINÉAIRE	
Chapitre 1. Espaces affines	
I. Définition d'un espace affine. Barycentres	11
II. Variétés linéaires affines	11
III. Applications affines	19
IV. Repères affines. Traductions développées	26
Exercices	35
Chapitre 2. Espaces projectifs	42
I. Espaces projectifs. Variétés linéaires projectives. Applications projectives	45
II. Utilisation des bases. Traductions développées (espace E , de dimension finie)	45
III. Espaces projectifs de dimension I	52
IV. Dualité dans les espaces projectifs	56
Exercices	64
Chapitre 3. Complétion projective d'un espace affine	72
I. Propriétés générales	75
II. Complétions particulières	77
III. Liaison entre applications affines et projectives	87
IV. Complétion projective d'un corps K , d'une droite affine	91
Exercices	96
Chapitre 4. Propriétés des espaces réels. Espaces affines euclidiens	103
I. Complexification	105
II. Définition et propriétés des espaces affines euclidiens	105
III. Isométries et similitudes	106
IV. Produit mixte, produit vectoriel. Angles	119
Exercices	126
Chapitre 5. Utilisation pratique des résultats antérieurs dans le cas d'espaces de dimension 3 ou 2	136
I. Problèmes fondamentaux	139
II. Usage de divers procédés et exemples	139
Exercices	152
	163

Chapitre 6. Modes de repérage d'un point, d'une courbe, d'une surface. Lieux géométriques. Surfaces usuelles	169
Exercices	200
Chapitre 7. Hyperquadriques	205
I. Hyperquadriques dans un espace projectif (caractéristique $K \neq 2$)	205
II. Introduction du point de vue tangentiel ($\dim P(E) = n$)	216
Exercices	219
Chapitre 8. Coniques (corps K algébriquement clos de caractéristique différente de 2)	221
I. Coniques dans le plan projectif. Techniques d'application des résultats précédents	221
II. Coniques dans le plan affine	230
III. Coniques dans le plan affine euclidien A	238
IV. Cercle	243
V. Faisceaux de coniques	247
Exercices	257
 <i>PARTIE II : APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'ANALYSE</i> 	
Chapitre préliminaire : rappel de notions fondamentales	265
Chapitre 9. Notions de topologie et d'analyse utilisées en géométrie	271
I. Topologie d'un espace vectoriel sur R de dimension finie	271
II. Conséquences géométriques	280
III. Propriétés de différentiabilité	286
IV. Conséquences dans le cas d'un espace affine	290
Exercices	295
Chapitre 10. Étude théorique des arcs paramétrés et des arcs géométriques	297
I. Arc paramétré et arc géométrique. Propriétés fondamentales	297
II. Étude locale d'un arc géométrique	303
III. Branches infinies	309
Exercices	312
Chapitre 11. Étude pratique de certains sous-ensembles d'un espace affine	315
I. Point et tangente	318
II. Considérations pratiques : étude, forme d'un ensemble paramétré C , si $\dim A = 2$	322
III. Ensembles paramétrés d'un espace affine de dimension 3	340
IV. Ensembles définis dans un espace affine euclidien de dimension 2, par une équation : $\rho = f(\theta)$ en coordonnées polaires	344
V. Ensembles C de A (de dimension 2) définis dans un repère \mathcal{R} par une équation $f(x, y) = 0$ (équation implicite de C)	359
VI. Généralisations des notions précédentes dans A	363
VII. Notions sur les courbes algébriques et unicursales	369
VIII. Courbes usuelles	379
Exercices	381
Chapitre 12. Enveloppes	387
I. Enveloppe d'une famille de « courbes » définies implicitement	387
II. Considérations pratiques	397

e, d'une surface. Lieux géomé-	169
.....	200
.....	205
.....	205
.....	216
.....	219
.....	221
.....	221
.....	230
.....	238
.....	243
.....	247
.....	257
TRAIÉS DE L'ANALYSE	
.....	265
.....	271
.....	271
.....	280
.....	286
.....	290
.....	295
.....	297
.....	297
.....	303
.....	309
.....	312
.....	315
.....	318
.....	322
.....	340
.....	344
.....	359
.....	363
.....	369
.....	379
.....	381
.....	387
.....	387
.....	397

.....	III. Enveloppe d'une famille d'arcs paramétrés.....
.....	IV. Cas particuliers
.....	Exercices
Chapitre 13. Rectification. Courbure. Torsion	
.....	I. Longueur d'un arc. Abscisse curviligne
.....	II. Courbure, torsion d'un arc géométrique de cl dien orienté A de dimension 3
.....	III. Courbure dans un espace affine euclidien A ori
.....	IV. Définitions diverses
.....	V. Exemples et conséquences des sections précéd
.....	Exercices
Chapitre 14. Étude des surfaces	
.....	I. Nappes paramétrées et nappes géométriques ..
.....	II. Ensembles de A définis implicitement
.....	III. Étude des surfaces réglées
.....	IV. Indications sur les enveloppes dans l'espace ..
Chapitre 13. Transformations de contact et détermin	
tions différentielles.....	
.....	I. Transformations de contact et conséquences de l
.....	II. Courbes satisfaisant à des propriétés simples ..
.....	III. Recherche de courbes dont les éléments de co donnée (espace de dimension 2, euclidien si n
.....	IV. Autres problèmes de recherche de courbes condu
.....	Exercices
MEMENTO D'ALGÈBRE	
EXERCICES COMPLÉMENTAIRES ET PROBLÈMES	

COLLECTION



MATHEMATIQUES
SERIE DIRIGEE PAR
ANDRE REVUZ

ARMAND COLIN