

Mathématiques

Dérivation, intégration

avec exercices corrigés

Claude Wagschal

Nouvelle édition revue et augmentée

- L1, L2, L3, Master
- Écoles d'ingénieur

méthodes

M805
Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire 53721/2

044 733
③

Dérivation et intégration
avec exercices corrigés



Claude Wagschal

Hermann  éditeurs

Table des matières

1 Calcul différentiel	1
Sommaire	3
A Applications différentiables	3
1.1 Notion de dérivée	5
1.2 Fonctions définies et à valeurs dans un produit	11
1.3 Le théorème des accroissements finis	14
1.4 Différentiabilité et différentiabilité partielle	17
1.5 Suite de fonctions différentiables	19
B Dérivées d'ordre supérieur	23
1.6 Dérivées successives	23
1.7 Fonctions définies et à valeurs dans un produit	27
1.8 Topologie des espaces de fonctions différentiables	32
1.9 Formules de Taylor	34
C Théorème des fonctions implicites	43
1.10 Existence et continuité	43
1.11 Différentiabilité de la fonction implicite	44
1.12 Théorème d'inversion locale	47
1.13 Extremum libre ou lié	50
D Variété	54
1.14 Définitions	54
1.15 Exemples de variétés	56
1.16 Applications différentiables	58
1.17 Espace tangent	62
1.18 Application linéaire tangente	65
1.19 Espace cotangent	69
1.20 Théorème des fonctions implicites	71

1.21	Sous-variété	74
1.22	Partition de l'unité	82
1.23	Le fibré tangent	85
1.24	Champ de vecteurs	94
E	Corrigé des exercices	99
1.25	Exercices du chapitre 1.A	99
1.26	Exercices du chapitre 1.B	108
1.27	Exercices du chapitre 1.C	121
1.28	Exercices du chapitre 1.D	124
2	Intégration	133
2	Intégration	133
	Sommaire	135
A	Théorie de la mesure	140
2.1	Notion de mesure et propriétés élémentaires	140
2.2	Prolongement des mesures par la méthode de Carathéodory	153
2.3	Mesures de Lebesgue-Stieltjes	163
2.4	Mesures signées	174
B	Intégrale de Lebesgue	181
2.5	Fonction étagée	181
2.6	Fonction mesurable	183
2.7	Fonction intégrable	188
2.8	Le presque partout	198
2.9	Théorèmes de convergence	205
2.10	Intégrale de Riemann	215
C	Intégration vectorielle	219
2.11	Fonctions intégrables	219
2.12	Mesurabilité	228
2.13	Convergence en moyenne	235
2.14	Fonctions définies par une intégrale : continuité, dérivabilité	238
2.15	Intégrale par rapport à une mesure signée	243
2.16	Image d'une mesure	247
2.17	Mesure définie par une densité	251
2.18	Formule de changement de variable	256

D	Mesure de Radon	259
2.19	Définitions et propriétés élémentaires	259
2.20	Théorème de représentation de Riesz	265
2.21	Topologie vague, topologie étroite	273
2.22	Limite inductive	277
E	Produit d'espaces mesurés	286
2.23	Mesure produit	286
2.24	Le théorème de Fubini	291
2.25	La mesure de Lebesgue	300
2.26	Formule de changement de variable	303
2.27	L'algèbre de convolution $L^1(\mathbb{R}^n)$	306
2.28	Produit et convolution de mesures réelles ou complexes	309
F	Espaces L^p	313
2.29	Espace L^∞	313
2.30	Espaces L^p	323
2.31	Espaces L^p_{loc}	332
2.32	Théorèmes de densité	334
2.33	Régularisation par convolution	338
2.34	Le théorème de Kolmogoroff	342
2.35	Le théorème de Radon-Nikodym	344
2.36	Dual	348
2.37	Convergence en mesure	352
G	Fonctions absolument continues	358
2.38	Dérivation des fonctions monotones	358
2.39	Fonctions à variation bornée	363
2.40	Intégrale indéfinie	369
2.41	Fonctions absolument continues	371
H	Formule de Stokes	375
2.42	Mesure de volume sur une variété riemannienne	375
2.43	Théorème de la divergence	381
I	Séries de Fourier	385
2.44	Propriétés générales	385
2.45	Convergence simple ou uniforme	390
J	Transformation de Fourier	398
2.46	Transformée de Fourier des fonctions intégrables	398
2.47	Formule d'inversion	404
2.48	Le théorème de Plancherel	406

K	Équations intégrales de Fredholm	411
2.49	Opérateurs intégraux à noyau de carré intégrable	411
2.50	Opérateurs intégraux à noyau continu	416
L	Corrigé des exercices	421
2.51	Exercices du chapitre 2.A	421
2.52	Exercices du chapitre 2.B	435
2.53	Exercices du chapitre 2.C	440
2.54	Exercices du chapitre 2.D	446
2.55	Exercices du chapitre 2.E	455
2.56	Exercices du chapitre 2.F	457
2.57	Exercices du chapitre 2.G	474
2.58	Exercices du chapitre 2.H	477
2.59	Exercices du chapitre 2.I	479
2.60	Exercices du chapitre 2.J	483
2.61	Exercices du chapitre 2.K	492
	Bibliographie	495
	Notations	497
	Index	501

Dérivation, intégration

avec exercices corrigés

Claude Wagschal

Cet ouvrage est consacré à l'étude de la dérivation et de l'intégration. L'intégrale de Lebesgue constitue un outil fondamental en analyse car elle permet de définir des espaces (de classes) de fonctions qui sont complets ; grâce à la théorie des distributions, il est alors possible de définir un cadre fonctionnel naturel pour l'étude des équations aux dérivées partielles, par exemple.

L'ouvrage s'adresse particulièrement aux étudiants de licence et master ; il intéressera également les élèves des écoles d'ingénieur qui y trouveront les outils utiles à la résolution de nombreux problèmes.

De nombreux exercices sont proposés dans le texte. Certains, ne sont que des applications directes de résultats généraux ; d'autres, présentés sous formes de problèmes, apportent des compléments intéressants ou développent des exemples concrets ; des indications détaillées guident le lecteur dans la recherche des solutions lorsqu'il s'agit de techniques particulières.

Publics : Étudiants L1, L2, L3 et Master, Écoles d'ingénieur.



Hermann

ISBN : 978 27056 6979 9



9 782705 669799

38 euros