

SCIENCES SUP

$bx + c$



Cours et exercices avec solutions

2^e année MIAS • MASS • SM

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

2^e ANNÉE

François Liret
Dominique Martinais

DUNOD

M 792

040314
①

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

2^e ANNÉE

Cours et exercices avec solutions



François Liret

Maîtres de conférences
à l'université Paris 7 - Denis Diderot

Dominique Martinais

Maîtres de conférences
à l'université Paris 7 - Denis Diderot

Préfacé par

Michel Zisman

Professeur émérite de l'université Paris 7 - Denis Diderot

DUNOD

Table des matières

Chapitre 1.	Ensembles ordonnés, relations d'équivalence	
1.	Relation d'ordre	1
2.	Relation d'équivalence	6
3.	L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	8
	Exercices	12
Chapitre 2.	Compléments d'algèbre linéaire	
1.	Somme de sous-espaces vectoriels	17
2.	Endomorphisme	20
3.	Dualité	24
4.	Déterminant	32
5.	Rang	35
	Exercices	42
Chapitre 3.	Diagonalisation, trigonalisation	
1.	Valeur propre, vecteur propre	49
2.	Polynôme caractéristique	52
3.	Sous-espaces propres	57
4.	Endomorphisme diagonalisable	59
5.	Endomorphisme trigonalisable	67
	Exercices	70
Chapitre 4.	Structure d'un endomorphisme	
1.	Matrices semblables	79
2.	Classification des matrices de $M_2(\mathbb{C})$ et de $M_2(\mathbb{R})$	84
3.	Sous-espaces stables	86
4.	Le théorème de Hamilton-Cayley	89
5.	Sous-espaces caractéristiques	91
6.	Polynôme minimal	101
	Exercices	105

Chapitre 5. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

1. Propriétés générales	116
2. Exemples de résolution	119
3. Exponentielle d'une matrice	122
4. Résolution d'un système différentiel homogène	125
5. Systèmes différentiels homogènes dans \mathbb{R}^2	129
6. Méthode de variation de la constante	134
7. Équations différentielles linéaires d'ordre 2	136
Exercices	139

Chapitre 6. Espaces euclidiens

1. Produit scalaire	145
2. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel	151
3. Bases orthonormées	158
4. Orientation	165
5. Produit vectoriel	167
Exercices	171

Chapitre 7. Endomorphismes d'un espace euclidien

1. Adjoint d'un endomorphisme	177
2. Endomorphisme symétrique	180
3. Isométrie	183
4. Isométries du plan	187
5. Isométries de l'espace	191
Exercices	196

Chapitre 8. Espaces affines euclidiens

1. Espace affine	203
2. Sous-espaces affines orthogonaux	206
3. Isométries affines du plan	212
4. Similitudes planes	218
5. Isométries affines de l'espace	220
Exercices	222

Chapitre 9.	Géométrie plane	
1. Angle de vecteurs		227
2. Angle de droites		233
3. Le triangle		236
4. Le cercle		240
5. Utilisation des nombres complexes		247
6. Division harmonique		250
Exercices		258

Chapitre 10.	Formes quadratiques	
1. Forme bilinéaire		265
2. Orthogonalité		271
3. Décomposition en carrés		274
4. Bases orthogonales		281
5. Formes quadratiques sur un espace euclidien		286
6. Formes quadratiques équivalentes		289
Exercices		292

Chapitre 11.	Coniques	
1. Équations d'une conique		301
2. Intersection d'une droite et d'une conique		307
3. Foyer et directrice		310
4. Propriétés bifocales		313
5. Polaire par rapport à une conique à centre		316
Exercices		319

Quelques repères historiques		325
-------------------------------------	--	-----

Index		331
--------------	--	-----



François Liret
Dominique Martinais

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

2^e ANNÉE

Dans ce volume d'algèbre et de géométrie pour la deuxième année de Licence, on explique les conditions de diagonalisation ou de trigonalisation des endomorphismes et la résolution de systèmes différentiels linéaires. On traite aussi les espaces euclidiens et leurs endomorphismes, puis les formes quadratiques générales. Ces dernières notions sont appliquées dans les chapitres de géométrie euclidienne, où sont étudiées les isométries affines, les angles et les coniques.

Le cours, qui présente les résultats fondamentaux et les techniques de calcul de base, est illustré par des exemples détaillés et des exercices corrigés. Chaque chapitre se termine par de nombreux énoncés d'exercices suivis de brèves réponses ou d'indications. Certains sont un entraînement au calcul, et d'autres permettent d'organiser le raisonnement.

Cours de mathématiques
(4 volumes) :

- Analyse 1^{re} année
- Algèbre 1^{re} année
- Analyse 2^e année
- Algèbre et géométrie 2^e année

COURS DE MATHÉMATIQUES

Ce cours de mathématiques traite en quatre volumes le programme des deux premières années des filières MIAS, MASS et SM.

- Analyse 1^{re} année
- Analyse 2^e année
- Algèbre 1^{re} année
- Algèbre et géométrie 2^e année

