

# ANALYSE

## CONCEPTS ET CONTEXTES

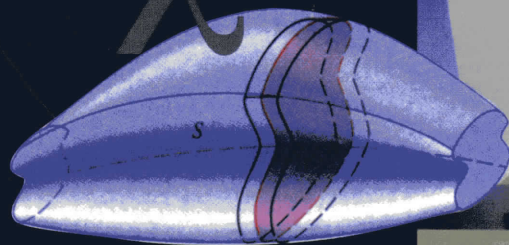
Volume 1. Fonctions d'une variable

• STEWART •

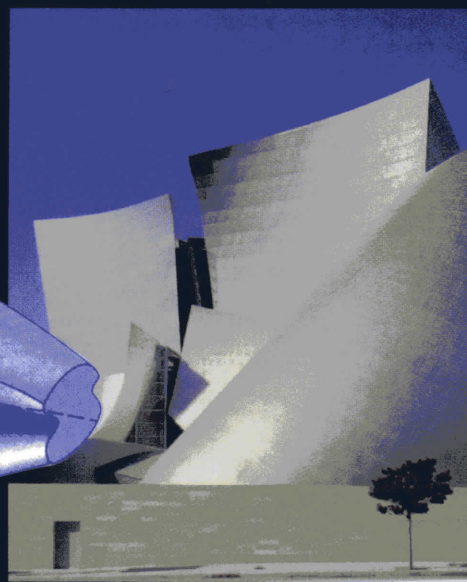
2<sup>e</sup> édition

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(e^x - x) = \frac{d}{dx}(e^x) - \frac{d}{dx}(x) = e^x - 1$$

$$m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



$$f''(x) = \frac{d}{dx}(e^x - 1) = \frac{d}{dx}(e^x) - \frac{d}{dx}(1) = e^x$$



Traduction de la 3<sup>e</sup> édition américaine par Micheline Citta-Vanthsche

M 785 / Vol. 1

039961

③

# ANALYSE

## CONCEPTS ET CONTEXTES

### Volume 1. Fonctions d'une variable

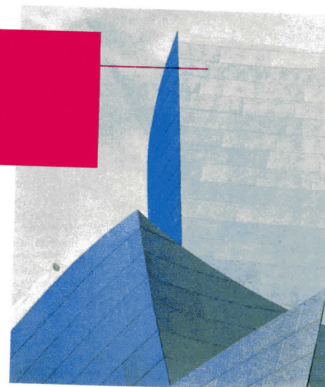
• STEWART •

2<sup>e</sup> édition



Traduction de la 3<sup>e</sup> édition américaine par Micheline Citta-Vanthemsche

# Table des matières



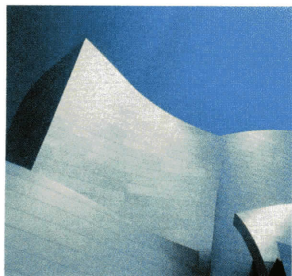
## Un aperçu du calcul différentiel et intégral 1

### 1 Fonctions et modèles 11

- 1.1 Quatre manières de présenter une fonction 12
- 1.2 Modèles mathématiques : un catalogue des principales fonctions 26
- 1.3 De nouvelles fonctions avec des anciennes 39
- 1.4 Des graphiques par calculatrices ou ordinateurs 50
- 1.5 Les fonctions exponentielles 56
- 1.6 Les fonctions réciproques et les logarithmes 64
- 1.7 Les courbes paramétrées 75
  - Sujet d'étude □ Des cercles qui roulent sur des cercles 83
  - Révision 84
- Les principes de la résolution de problèmes 87

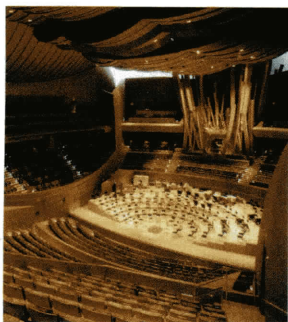
### 2 Limites et dérivées 93

- 2.1 Les problèmes de tangente et de vitesse 94
- 2.2 La limite d'une fonction 99
- 2.3 Calcul des limites par les Lois algébriques des limites 109
- 2.4 La continuité 118
- 2.5 Les limites infinies et à l'infini 129
- 2.6 Tangentes, vitesses et autres taux de variation 140
- 2.7 Les dérivées 149
  - Sujet d'étude □ Les premières méthodes de recherche de tangente 156
- 2.8 La dérivée comme fonction 156
- 2.9 Que dit  $f'$  à propos de  $f$  ? 169
  - Révision 176
- Priorité à la résolution de problèmes 180



### 3 Les règles de dérivation 183

- 3.1 La dérivée des fonctions polynomiales et exponentielles 184  
Projet appliqué □ Construire une aire de jeu vallonnée 193
  - 3.2 Les règles de dérivation du produit et du quotient 194
  - 3.3 Les taux de variation en sciences naturelles et en sciences sociales 201
  - 3.4 Les dérivées des fonctions trigonométriques 214
  - 3.5 La dérivation des fonctions composées 221  
Sujet d'étude □ Les courbes de Bézier 232  
Projet appliqué □ Où un pilote doit-il amorcer la descente ? 233
  - 3.6 La dérivation implicite 233
  - 3.7 Les dérivées des fonctions logarithmes 241  
Sujet d'étude □ Les fonctions hyperboliques 247
  - 3.8 Les approximations affines et les différentielles 248  
Sujet d'étude □ Les polynômes de Taylor 255  
Révision 256
- Priorité à la résolution de problèmes 259**

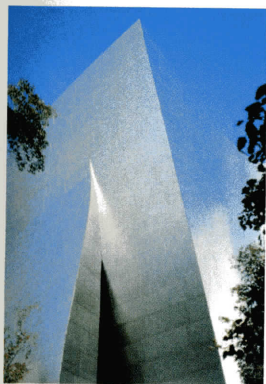


### 4 Des applications de la dérivée 263

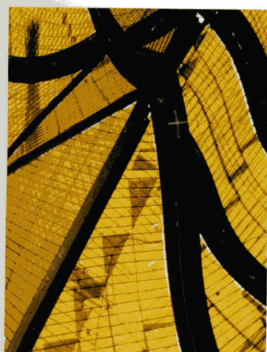
- 4.1 Les vitesses liées 264
  - 4.2 Valeurs maximales et minimales 270  
Étude appliquée □ Le calcul différentiel appliqué aux arcs-en-ciel 278
  - 4.3 Les dérivées et les formes des courbes 279
  - 4.4 Étude de fonctions à l'aide du calcul différentiel et des calculatrices 290
  - 4.5 Les formes indéterminées et la règle de l'Hospital 298  
Sujet de rédaction □ Les origines de la règle de l'Hospital 306
  - 4.6 Les problèmes d'optimisation 307  
Projet appliqué □ Le gabarit d'une boîte de conserve 317
  - 4.7 Applications aux affaires et à l'économie 318
  - 4.8 La méthode de Newton 323
  - 4.9 Les primitives 328  
Révision 336
- Priorité à la résolution de problèmes 340**

### 5 Les intégrales 343

- 5.1 Des aires et des distances 344
- 5.2 L'intégrale définie 355
- 5.3 Le calcul de l'intégrale définie 367  
Sujet à découvrir □ Les fonctions d'aires 377



- 5.4 Le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral 378  
 Sujet de rédaction □ Newton, Leibniz et l'invention du calcul différentiel et intégral 386
- 5.5 La Règle d'intégration par substitution 387
- 5.6 L'intégration par parties 394
- 5.7 D'autres techniques d'intégration 401
- 5.8 L'intégration avec des tables et des logiciels de calcul symbolique 406  
 Sujet à découvrir □ Des familles d'intégrales 412
- 5.9 L'intégration approchée 413
- 5.10 Les intégrales impropres 424  
 Révision 434
- Priorité à la résolution de problèmes 438**

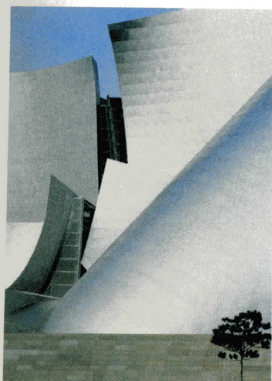


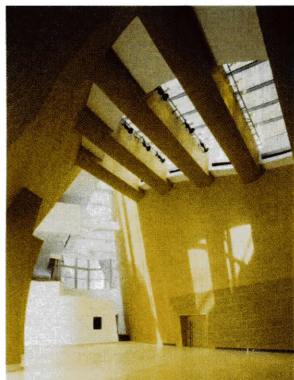
## 6 Des applications des intégrales 441

- 6.1 Du nouveau sur les aires 442
- 6.2 Les volumes 448  
 Sujet à découvrir □ Rotation autour d'une droite inclinée 461
- 6.3 La longueur d'un arc de courbe 462  
 Sujet à découvrir □ Compétition de longueurs 467
- 6.4 Valeur moyenne d'une fonction 468  
 Projet appliqué □ Quelle est la meilleure place au cinéma ? 471
- 6.5 Applications en physique et en sciences appliquées 472
- 6.6 Applications en économie et en biologie 483
- 6.7 Probabilité 487  
 Révision 494
- Priorité à la résolution de problèmes 497**

## 7 Les équations différentielles 499

- 7.1 Modéliser avec des équations différentielles 500
- 7.2 Les champs de directions et la méthode d'Euler 505
- 7.3 Les équations différentielles à variables séparées 514  
 Projet appliqué □ À quelle vitesse une citerne se vide-t-elle ? 522  
 Projet appliqué □ Qu'est-ce qui est plus rapide, monter ou redescendre ? 524
- 7.4 Croissance et décroissance exponentielle 525  
 Projet appliqué □ Le calcul différentiel et intégral et le base-ball 535
- 7.5 L'équation logistique 536
- 7.6 Le système proie-prédateur 545  
 Révision 552
- Priorité à la résolution de problèmes 555**





## 8 Les suites infinies et les séries 557

- 8.1 Les suites 558  
     Sujet d'étude □ Les suites logistiques 568
- 8.2 Les séries 568
- 8.3 Le test de l'intégrale et le test de comparaison ; le calcul des séries 578
- 8.4 D'autres tests de convergence 587
- 8.5 Les séries entières 595
- 8.6 Développement de fonctions en séries entières 600
- 8.7 Les séries de Taylor et Mac Laurin 606  
     Sujet d'étude □ Une limite insaisissable 618
- 8.8 La série du binôme 618  
     Travail de rédaction □ Comment Newton découvrit la série du binôme 622
- 8.9 Les applications des polynômes de Taylor 622  
     Projet appliqué 631  
     Révision 632
- Priorité à la résolution de problèmes 635**

## Annexes A1

- A Intervalles, inégalités et valeurs absolues A2
- B Géométrie analytique A7
- C Trigonométrie A18
- D Les définitions formelles des limites A29
- E Quelques démonstrations A38
- F La notation A41
- G Intégration des fonctions rationnelles par décomposition en éléments simples A46
- H Les coordonnées polaires A54
- I Les nombres complexes A71
- J Réponses aux exercices impairs A79

## Crédits photographiques C1

## Index II

# ANALYSE

## CONCEPTS ET CONTEXTES

Volume 1. Fonctions d'une variable

• STEWART •

**La compréhension profonde des concepts**, tel est l'objectif majeur de ce manuel. En conséquence, chaque concept est patiemment introduit et formulé **verbalement, visuellement, numériquement et algébriquement** avant que n'apparaisse sa définition **formelle**. Des exemples bien choisis préparent souvent l'énoncé des théorèmes pour justifier la pertinence de leurs hypothèses. L'apprentissage au **raisonnement** est soutenu par les démonstrations (parfois reportées en annexe pour ne pas perdre le fil du discours).

L'apprenant, devenu maître des concepts autant que des techniques, sera capable de choisir et d'utiliser les outils du calcul différentiel et intégral dans des **contextes** divers. L'apprentissage **actif**, de type exploratoire et heuristique, est favorisé par l'utilisation fréquente et à bon escient des **calculatrices graphiques et/ou logiciels de calcul symbolique**. Lors de chaque **résolution de problèmes**, l'accent est mis sur la méthode suivie ou l'activité de recherche mobilisée.

Nouvelle édition revue et enrichie de nombreux exercices supplémentaires, les deux volumes de cet ouvrage s'adressent aux étudiants de **premier cycle universitaire** qui, quelle que soit leur orientation, y trouveront des applications, tant sont divers et nombreux les domaines abordés dans les exercices. Le premier volume s'adresse également aux étudiants des années terminales de l'enseignement secondaire.

**Contenu** : Des fonctions et des modèles/Les limites et les dérivées/Les règles de dérivation/Des applications de la dérivée/Les intégrales/Des applications de l'intégrale/Les équations différentielles/Les suites infinies et les séries.

**James STEWART** est professeur émérite de la *McMaster University* à Hamilton au Canada. Il y a inauguré, en août 2003, un centre de mathématiques portant son nom, *The James Stewart Centre for Mathematics*. Auteur de nombreux ouvrages, ceux-ci ont été traduits en plusieurs langues dont le français, l'espagnol, l'italien ou encore le grec et le chinois. Violoniste accompli, il prépare la rédaction d'un ouvrage sur les connexions entre la musique et les mathématiques.

**Micheline CITTA-VANTHEMSCHE** est professeur émérite des Facultés universitaires Saint-Louis à Bruxelles et est traductrice de plusieurs ouvrages parus aux Éditions De Boeck.



STEWART1

ISBN 2-8041-5030-5

ISBN13 : 978-2-8041-5030-3