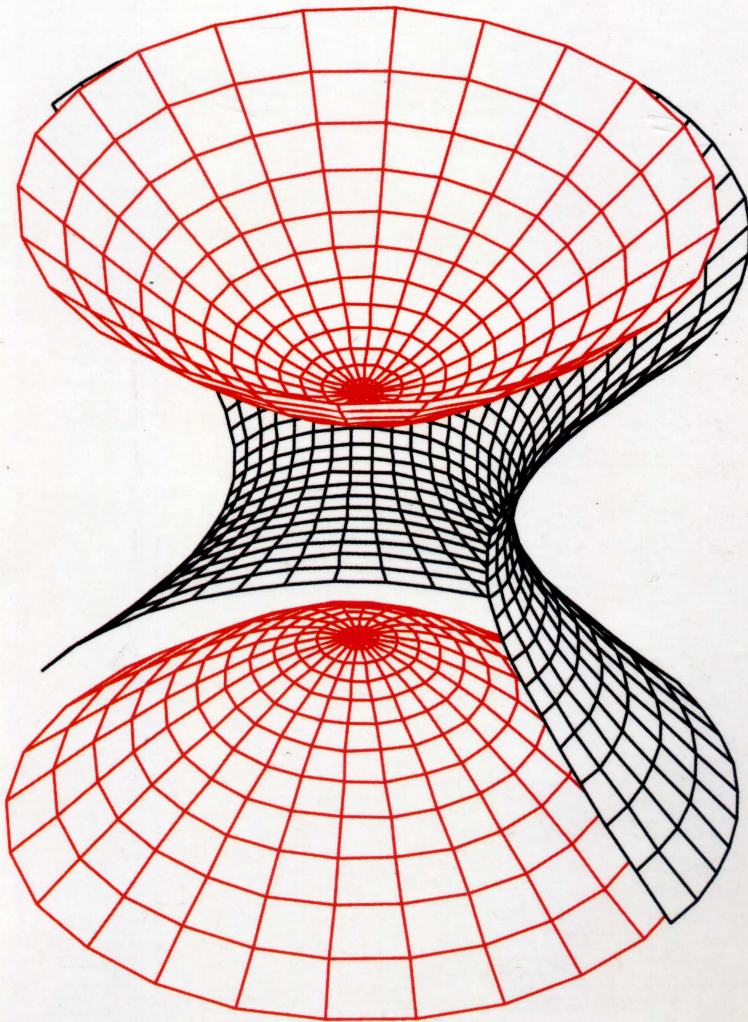


Lucas Vienne

Géométries affine et euclidienne

Quadriques



COLLECTION
FORMATION DES ENSEIGNANTS

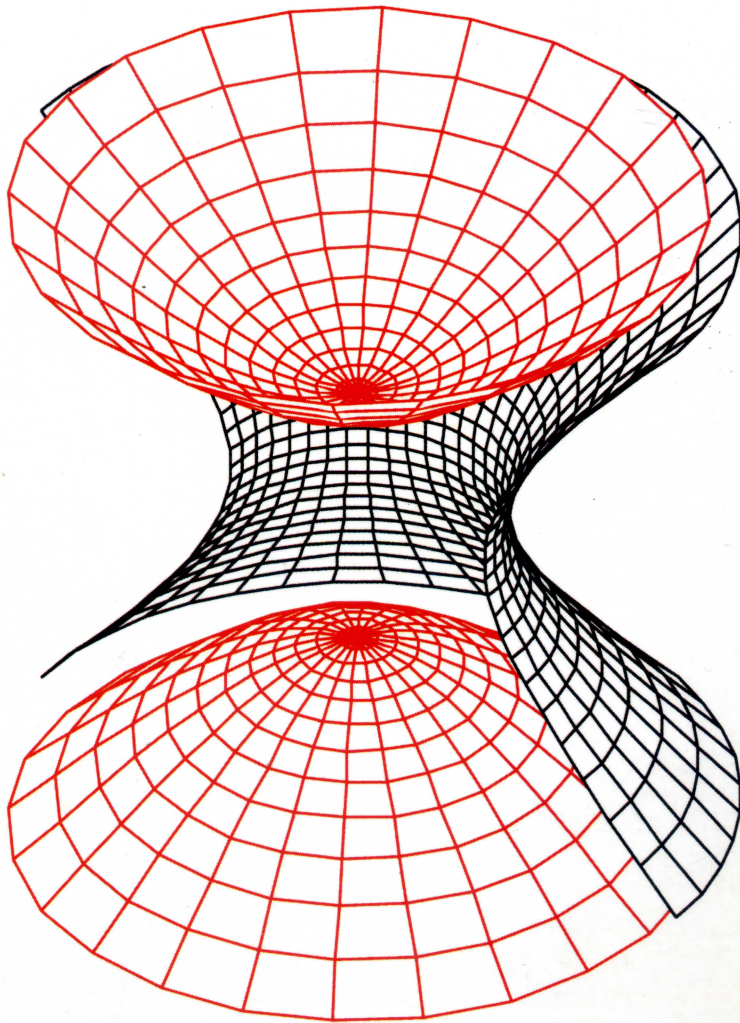


HERMANN

Lucas Vienne

Géométries affine et euclidienne

Quadriques



COLLECTION
FORMATION DES ENSEIGNANTS



HERMANN

M783

039828
(5)

Lucas Vienne



Géométries affine et euclidienne. Quadriques

COLLECTION FORMATION DES ENSEIGNANTS



HERMANN

Table des matières

Avant-propos	vii
1 Espaces affines	1
1.1 Définitions, premières propriétés	1
1.2 Exemples	2
1.3 Sous-espaces affines, intersections	2
1.4 Parties affinement libres, bases affines, dimension	4
1.5 Applications affines	4
1.5.1 Présentation	4
1.5.2 Composition d'applications affines	5
1.5.3 Images directe et réciproque d'un sous-espace affine	5
1.5.4 Sous-espaces affines de points fixes	6
1.5.5 Quelques exemples	7
1.6 Barycentre	7
1.6.1 Associativité du barycentre	8
1.6.2 Caractérisation barycentrique des sous-espaces affines	9
1.6.3 Caractérisation barycentrique des applications affines	10
1.6.4 Points massiques	11
1.7 Exercices du chapitre 1	14
2 Résultats pratiques	19
2.1 Repérage	19
2.1.1 Repère cartésien	19
2.1.2 Repère affine (ou base affine)	19
2.1.3 Passage d'un repère cartésien à un repère affine	19
2.1.4 Description des applications affines dans un repère	20
2.1.5 Équations, paramétrages de sous-espaces affines	21
2.1.6 Deux exemples courants	22
2.2 Points alignés. Droites concourantes	23
2.2.1 Cas du plan	23
2.2.2 Cas de la dimension trois	26
2.2.3 Cas de la dimension finie	26
2.3 Transformations affines usuelles	27
2.3.1 Dilatations	27
2.3.2 Affinités, transvections	28
2.3.3 Quelques produits usuels	31
2.4 Classification des transformations affines planes	33
2.4.1 Endomorphismes linéaires du plan vectoriel	34

2. 4. 2	Applications affines du plan dans lui même	
2. 5	Quelques configurations planes	
2. 5. 1	Desargues	
2. 5. 2	Thalès	
2. 5. 3	Ceva et Ménélaüs	
2. 5. 4	Pappus	
2. 6	Exercices du chapitre 2	
3	Quelques théorèmes de structure	
3. 1	Orientation de l'espace	
3. 1. 1	Définition	
3. 1. 2	Quelques propriétés	
3. 1. 3	Transformations directes et indirectes	
3. 2	Le groupe affine $GA(\mathcal{A})$ d'un espace $\mathcal{A} = (E, \mathcal{E})$	
3. 2. 1	Translations homothéties et dilatations	
3. 2. 2	Conjugaison	
3. 2. 3	Générateurs	
3. 3	Le théorème fondamental	
3. 4	Exercices du chapitre 3	
4	Géométrie euclidienne. Outils	
4. 1	Rappels et terminologie	
4. 1. 1	Orthogonalité	
4. 1. 2	Expression matricielle du produit scalaire	
4. 1. 3	Isométries	
4. 1. 4	Norme	
4. 2	Projection et symétrie orthogonale, distance	
4. 2. 1	Projection orthogonale	
4. 2. 2	Orthonormalisation de Gram-Schmidt Déterminant de Gram	
4. 2. 3	Distance	
4. 3	Dimension 2 ou 3	
4. 3. 1	Produit vectoriel, produit mixte	
4. 3. 2	Orientation, Angles	
4. 3. 3	Repérages	
4. 4	Exercices du chapitre 4	
5	Géométrie euclidienne. Isométries	
5. 1	Généralités	
5. 1. 1	Définitions et caractérisations	
5. 1. 2	Un isomorphisme classique	
5. 1. 3	Points fixes et décomposition commutative	
5. 2	Symétries, générateurs	
5. 2. 1	Symétries	
5. 2. 2	Générateurs	
5. 3	Étude matricielle du groupe orthogonal	
5. 3. 1	Généralités	
5. 3. 2	Cas de la dimension 2	
5. 3. 3	Cas de la dimension 3	
5. 4	Isométries affines en dimension 2 ou 3	

35			
36	5. 4. 1	Cas du plan affine	86
36	5. 4. 2	Cas de la dimension 3	87
38	5. 5	Stabilisateurs de certaines configurations	87
38	5. 6	Exercices du chapitre 5	90
40			
413	La géométrie des nombres complexes		95
	6. 1	Généralités	95
47	6. 1. 1	Structure euclidienne sur \mathbb{C}	95
47	6. 1. 2	Similitudes	95
47	6. 2	Exponentielle complexe	96
48	6. 3	La mesure des angles	96
48	6. 3. 1	Le morphisme $\gamma : t \rightarrow e^{it}$ et la définition de π	96
48	6. 3. 2	La mesure des angles	97
49	6. 4	Fonctions trigonométriques	98
49	6. 4. 1	Définitions, formule de Moivre	98
50	6. 4. 2	Variations des fonctions sinus et cosinus	98
51	6. 5	Racines de l'unité, polygones réguliers	99
52	6. 5. 1	Le groupe U_n	99
57	6. 5. 2	Exemple de U_{12}	100
57	6. 5. 3	Les polygones réguliers	100
57	6. 6	Birapport. Homographies	101
58	6. 6. 1	Birapport et points cocycliques	101
58	6. 6. 2	Le groupe des homographies	101
59	6. 7	Exercices du chapitre 6	102
60			
60	7 Quadriques		107
	7. 1	Rappels et compléments sur les formes bilinéaires et quadratiques	107
60			
63	7. 1. 1	Orthogonalité	107
65	7. 1. 2	Expression matricielle	108
65	7. 1. 3	Dégénérescence	108
66	7. 1. 4	Le théorème spectral	109
72	7. 1. 5	Droites isotropes contenues dans un plan	110
74	7. 1. 6	Le groupe orthogonal d'une forme quadratique sur \mathbb{R}	110
	7. 2	Définition des quadriques	113
79	7. 2. 1	Forme réduite, classification sur \mathbb{R}	114
79	7. 2. 2	Cas de la dimension 2	115
79	7. 2. 3	Cas de la dimension 3	116
80	7. 3	Automorphismes des quadriques	118
81	7. 3. 1	Quelques considérations générales	118
82	7. 3. 2	Cas de la dimension 2	120
82	7. 3. 3	Cas de la dimension 3	120
83	7. 4	Exercices du chapitre 7	122
84			
84	8 Propriétés euclidiennes des coniques		127
85	8. 1	Différentes présentations	127
86	8. 1. 1	Foyers et directrices	127
86	8. 1. 2	Équation cartésienne	127
	8. 1. 3	Présentation bifocale	128
	8. 1. 4	Équation polaire	129

8. 1. 5	Paramétrisation rationnelle	1
8. 2	Tangentes et normales	1
8. 2. 1	Cas général	1
8. 2. 2	Cas de la parabole	1
8. 2. 3	Cas de l'ellipse	1
8. 2. 4	Cas de l'hyperbole	1
8. 3	Le théorème de Pascal	1
8. 4	Exercices du chapitre 8	1
9	Géométrie projective	
9. 1	Présentation	
9. 1. 1	Définition et commentaire	
9. 1. 2	Cartes affines	
9. 2	Ensembles algébriques, idéaux, complétion projective	
9. 2. 1	Ensembles algébriques. Topologie de Zariski	
9. 2. 2	Cônes et idéaux homogènes	
9. 2. 3	Application : complétion projective d'un ensemble algébrique	
9. 2. 4	Fonctions rationnelles	
9. 3	Automorphismes projectifs	
9. 3. 1	Définition	
9. 3. 2	Relations entre groupes linéaires, affines et projectifs.	
9. 4	Plan projectif, Coniques projectives	
9. 4. 1	Complétion projective d'une conique affine	
9. 4. 2	Trace affine d'une conique projective	
9. 5	Exercices du chapitre 9	
A	Groupes opérant sur un ensemble	
B	Corrigés des exercices	
B. 1 1.	Indications pour les exercices du chapitre 1	
B. 1 2.	Corrigés des exercices du chapitre 1	
B. 2 1.	Indications pour les exercices du chapitre 2	
B. 2 2.	Corrigés des exercices du chapitre 2	
B. 3 1.	Indications pour les exercices du chapitre 3	
B. 3 2.	Corrigés des exercices du chapitre 3	
B. 4 1.	Indications pour les exercices du chapitre 4	
B. 4 2.	Corrigés des exercices du chapitre 4	
B. 5 1.	Indications pour les exercices du chapitre 5	
B. 5 2.	Corrigés des exercices du chapitre 5	
B. 6 1.	Indications pour les exercices du chapitre 6	
B. 6 2.	Corrigés des exercices du chapitre 6	
B. 7 1.	Indications pour les exercices du chapitre 7	
B. 7 2.	Corrigés des exercices du chapitre 7	
B. 8 1.	Indications pour les exercices du chapitre 8	
B. 8 2.	Corrigés des exercices du chapitre 8	
B. 9 1.	Indications pour les exercices du chapitre 9	
B. 9 2.	Corrigés des exercices du chapitre 9	

LUCAS VIENNE

Géométries affine et euclidienne. Quadriques

Cet ouvrage présente les bases de géométrie que doit connaître tout étudiant désireux d'aborder des théories plus profondes (géométrie projective, puis géométrie algébrique), ou simplement de se préparer aux concours d'enseignement. Pour éviter de se disperser dans les innombrables résultats de géométrie classique, on a retenu quelques lignes directrices :

- définition de la géométrie affine, en donnant un cadre mathématique à la géométrie du monde physique ;
 - distinction claire de la nature vectorielle, affine ou euclidienne des différents concepts introduits ;
 - étude des transformations vectorielles, affines ou euclidiennes de l'espace \mathbb{R}^n ;
 - développement de la géométrie des coniques et des quadriques dans \mathbb{R}^n ;
- classement de ces objets sous l'action du groupe affine ou du groupe orthogonal ;
- introduction à la géométrie projective, montrant notamment comment elle permet d'unifier les trois types de coniques affines (ellipse, parabole et hyperbole).

Lucas Vienne est responsable de la licence de mathématiques à l'Université d'Angers, où il enseigne la géométrie et l'algèbre. Il participe à un enseignement de licence par internet (UVPL : Université virtuelle des Pays de Loire) et enseigne aussi dans la préparation au Capes de mathématiques.

ISBN 2 7056 6520 X



25 euros



HERMANN