

SCIENCES SUP

# Exercices & Problèmes

Licence

# ANALYSE

- ▶ Rappels de cours
- ▶ Exercices et problèmes avec corrigés détaillés
- ▶ Fiches de révision

*Maurice Gaultier*

DUNOD

# ANALYSE

M 780

040001  
(3)

- ▶ Rappels de cours
- ▶ Exercices et problèmes avec corrigés détaillés
- ▶ Fiches de révision

Crayon  
Noir

**Maurice Gaultier**  
Professeur à l'université Bordeaux I



DUNOD



# Table des matières

<b>Avant-propos</b> .....	iii
<b>Chapitre 1 Suites à termes réels ou complexes</b> .....	1
Rappel de cours .....	1
1.1 Généralités .....	1
1.2 Suites à termes réels .....	3
1.3 Suites définies par une relation de récurrence .....	4
Énoncés des exercices et des problèmes .....	6
Corrigés des exercices et des problèmes .....	10
Fiche de révision .....	26
<b>Chapitre 2 Fonctions numériques : limite, continuité, dérivabilité</b> .....	28
Rappel de cours .....	28
2.1 Généralités .....	28
2.2 Notion de limite en un point .....	28
2.3 Continuité en un point. Continuité uniforme .....	29
2.4 Fonctions monotones .....	31
2.5 Fonctions inverses ou réciproques .....	32
2.6 Dérivées .....	34
Énoncés des exercices et des problèmes .....	37
Corrigés des exercices et des problèmes .....	39
Fiche de révision .....	52
<b>Chapitre 3 Dérivation des fonctions numériques</b> .....	54
Rappel de cours .....	54
3.1 Compléments sur la dérivabilité .....	54

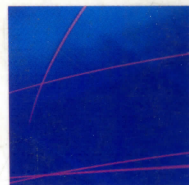
3.2	Développements de Taylor et de Mac-Laurin .....	55
3.3	Développements limités (en abrégé DL) .....	55
3.4	Étude locale des fonctions réelles d'une variable réelle .....	58
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>61</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>63</b>
	<b>Fiche de révision .....</b>	<b>75</b>
<b>Chapitre 4</b>	<b>Intégration des fonctions numériques .....</b>	<b>77</b>
	<b>Rappel de cours .....</b>	<b>77</b>
4.1	Notion de mesure .....	77
4.2	Fonctions en escalier .....	78
4.3	Intégration d'une fonction bornée sur un segment .....	80
4.4	Exemples. Formule de la moyenne. Inégalités .....	83
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>84</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>87</b>
	<b>Fiche de révision .....</b>	<b>98</b>
<b>Chapitre 5</b>	<b>Primitives. Intégrales indéfinies .....</b>	<b>100</b>
	<b>Rappel de cours .....</b>	<b>100</b>
5.1	Primitives .....	100
5.2	Intégrales indéfinies .....	101
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>102</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>103</b>
	<b>Fiche de révision .....</b>	<b>110</b>
<b>Chapitre 6</b>	<b>Méthodes d'intégration .....</b>	<b>111</b>
	<b>Rappel de cours .....</b>	<b>111</b>
6.1	Méthode de changement de variable .....	112
6.2	Intégration par parties .....	114
6.3	Intégration des fractions rationnelles .....	116

Énoncés des exercices et des problèmes .....	117
Corrigés des exercices et des problèmes .....	119
Fiche de révision .....	130
<b>Chapitre 7 Équations différentielles du premier ordre</b> .....	<b>131</b>
Rappel de cours .....	131
7.1 Quelques généralités .....	131
7.2 Équations à variables séparées .....	132
7.3 Équations homogènes .....	132
7.4 Équations linéaires .....	133
7.5 Équations se ramenant au cas linéaire .....	135
7.6 Équations de Clairaut et de Lagrange .....	135
Énoncés des exercices .....	136
Corrigés des exercices et des problèmes .....	139
Fiche de révision .....	158
<b>Chapitre 8 Équations différentielles linéaires du deuxième ordre</b> .....	<b>160</b>
Rappel de cours .....	160
8.1 Quelques généralités .....	160
8.2 Équations homogènes à coefficients constants .....	162
8.3 Équations non homogènes à coefficients constants .....	162
Énoncés des exercices et des problèmes .....	165
Corrigés des exercices et des problèmes .....	167
Fiche de révision .....	183
<b>Chapitre 9 Éléments de la topologie de <math>\mathbb{R}^n</math></b> .....	<b>185</b>
Rappel de cours .....	185
9.1 Fonction distance. Espaces métriques .....	185
9.2 Espaces vectoriels normés .....	186
9.3 Ensembles ouverts. Intérieur. Voisinages .....	186

9.4	Ensembles fermés de $\mathbb{R}^n$ . Adhérence. Densité .....	187
9.5	Parties bornées. Parties compactes .....	188
9.6	Connexité .....	189
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>189</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>192</b>
	<b>Fiche de révision</b> .....	<b>201</b>
	<b>Chapitre 10 Fonctions définies dans <math>\mathbb{R}^n</math></b> .....	<b>203</b>
	<b>Rappel de cours</b> .....	<b>203</b>
10.1	Suites convergentes dans $\mathbb{R}^n$ .....	203
10.2	Limite. Continuité .....	203
10.3	Fonctions différentiables .....	204
10.4	Dérivées partielles d'ordre supérieur. Formule de Taylor .....	209
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>211</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>214</b>
	<b>Fiche de révision</b> .....	<b>226</b>
	<b>Chapitre 11 Intégrales impropres</b> .....	<b>228</b>
	<b>Rappel de cours</b> .....	<b>228</b>
11.1	Intégration sur un intervalle non borné .....	228
11.2	Intégration d'une fonction non bornée sur un intervalle borné .....	230
11.3	Utilisation des méthodes d'intégration .....	232
	<b>Énoncés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>235</b>
	<b>Corrigés des exercices et des problèmes</b> .....	<b>238</b>
	<b>Fiche de révision</b> .....	<b>258</b>
	<b>Chapitre 12 Séries numériques</b> .....	<b>260</b>
	<b>Rappel de cours</b> .....	<b>260</b>
12.1	Généralités .....	260
12.2	Séries à termes réels non négatifs .....	262

12.3 Séries absolument convergentes .....	265
12.4 Séries à termes réels non absolument convergentes .....	266
Énoncés des exercices et des problèmes .....	267
Corrigés des exercices et des problèmes .....	271
Fiche de révision .....	289
<b>Chapitre 13 Suites et séries de fonctions</b> .....	291
Rappel de cours .....	291
13.1 Continuité et dérivabilité d'une fonction d'une variable complexe à valeurs complexes .....	291
13.2 Suites de fonctions .....	292
13.3 Séries de fonctions .....	294
Énoncés des exercices et des problèmes .....	297
Corrigés des exercices et des problèmes .....	300
Fiche de révision .....	314
<b>Chapitre 14 Séries entières d'une variable</b> .....	316
Rappel de cours .....	316
14.1 Séries entières d'une variable complexe .....	316
14.2 Fonction exponentielle complexe. Logarithme complexe .....	319
14.3 Développement en série entière d'une fonction réelle d'une variable réelle ..	322
14.4 Développements en série entière usuels .....	325
Énoncés des exercices et des problèmes .....	326
Corrigés des exercices et des problèmes .....	328
Fiche de révision .....	345
<b>Chapitre 15 Séries trigonométriques</b> .....	347
Rappel de cours .....	347
15.1 Quelques résultats préliminaires .....	347
15.2 Coefficients d'un polynôme trigonométrique .....	349

15.3 Coefficients d'une série trigonométrique uniformément convergente .....	351
15.4 Développement en série de Fourier d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes .....	352
<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>353</b>
<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>360</b>
<b>Fiche de révision .....</b>	<b>385</b>
<b>Chapitre 16 Fonctions analytiques .....</b>	<b>387</b>
<b>Rappel de cours .....</b>	<b>387</b>
16.1 Dérivée complexe. Conditions de Cauchy .....	387
16.2 Fonctions holomorphes dans un ouvert .....	388
16.3 Fonctions analytiques .....	389
16.4 Exemples de fonctions holomorphes .....	390
<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>392</b>
<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>395</b>
<b>Fiche de révision .....</b>	<b>409</b>
<b>Chapitre 17 Séries de Taylor et de Laurent. Méthode des résidus .....</b>	<b>411</b>
<b>Rappel de cours .....</b>	<b>411</b>
17.1 Intégrale d'une fonction complexe le long d'une courbe .....	411
17.2 Séries de Taylor et de Laurent .....	412
17.3 Méthode des résidus .....	413
17.4 Application de la méthode des résidus au calcul d'intégrales .....	415
<b>Énoncés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>418</b>
<b>Corrigés des exercices et des problèmes .....</b>	<b>419</b>
<b>Fiche de révision .....</b>	<b>433</b>
<b>Index .....</b>	<b>435</b>



Maurice Gaultier

## Exercices et Problèmes ANALYSE

Cet ouvrage se propose d'accompagner l'étudiant en Licence (Mathématiques, Sciences de la Matière) dans son assimilation des connaissances. Dans chaque chapitre, le lecteur trouvera :

- **Un rappel de cours concis**
- **Des énoncés d'exercices et de problèmes**

Ces énoncés, dont certains sont extraits de sujets d'examen, comportent des **questions détaillées et progressives**.

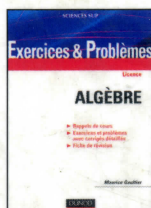
- **Les solutions complètes de tous les énoncés**

**Chaque énoncé est intégralement corrigé.** Des conseils méthodologiques mettent en valeur les étapes importantes du raisonnement.

- **Fiche de révision**

Cette fiche permet de réviser rapidement les notions essentielles du chapitre en vue de l'examen ou du concours.

**Du même auteur :**



MAURICE GAULTIER  
Professeur à l'université  
Bordeaux I.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

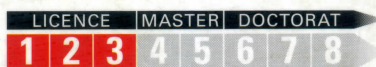
SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE



6647960

ISBN 978-2-10-051551-6



www.dunod.com

