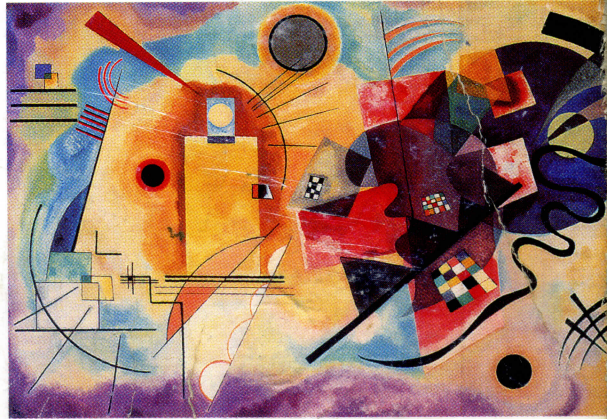


Classes préparatoires au Haut Enseignement Commercial
Voie Économique — Première Année
Première Année de DEUG sciences économiques et commerciales

ANALYSE



**COURS
ET
EXERCICES
DE
MATHÉMATIQUES**

Jean MALLET Michel MITERNIQUE

ellipses

M768T

Université Mouloud MAMMERI
Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE

Classes préparatoires au Haut Enseignement Commercial
Voie Économique- Première Année

Première Année de DEUG sciences économiques et commerciales

COURS ET EXERCICES DE MATHÉMATIQUES



Tome deuxième: **Analyse**

Jean MALLET

Agrégé de Mathématiques
Professeur en Classe Préparatoire HEC
Lycée Montaigne
Paris

Michel MITERNIQUE

Agrégé de Mathématiques
Professeur en Classe Préparatoire HEC
J.B. Corot : Savigny-sur-Orge
Ipesup : Paris

N° de Côte: ~~123~~ 123



Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire: 51021

2/2

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE : COURS ET RAPPEL DE COURS

Chapitre Premier : Suites numériques

I- Raisonement par récurrence

I-1	Principe du raisonnement par récurrence	10
I-2	Variante du principe de raisonnement par récurrence	11

II- Suites réelles : définition, suites classiques

II-1	Définitions, notations	12
II-2	Suites arithmétiques	14
II-3	Suites géométriques	15
II-4	Suites arithmético-géométriques	16
II-5	Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$	17
II-6	Suites doublement récurrentes	18

III- Limite d'une suite réelle

III-1	Qualification	22
III-2	Convergence des suites	24
III-3	Unicité de la limite	28
III-4	Opérations sur les limites	28
III-5	Théorèmes de comparaison	33
III-6	Suites classiques dites de référence	35
III-7	Théorème des suites monotones bornées	37
III-8	Suites équivalentes	42
III-9	Suites négligeables	44

Chapitre Deuxième : Séries numériques

I- Généralités

I-1	Définitions	46
I-2	Convergence d'une série	47
I-3	Condition nécessaire de convergence	47

II- Séries usuelles

II-1	Séries géométriques	48
II-2	Dérivées des séries géométriques	50
II-3	Séries de Riemann	51

III- Opérations sur les séries

III-1	Multiplication par un réel	53
III-2	Somme de 2 séries	54

IV- Séries à termes positifs

IV-1	Définition	55
IV-2	Critère de convergence	55
IV-3	Théorème de comparaison	55
IV-4	Théorème d'équivalence	56

V- Séries à signe non constant

V-1	Convergence absolue	57
-----	-------------------------------	----

Chapitre Troisième : Limite en un point d'une fonction réelle

0- Notions d'intervalles

0-1	Définitions	59
-----	-----------------------	----

0-2	Centre-rayon	60
0-3	Propriétés	60
0-4	Extensions	60
I- Limite réelle		
I-1	Exemples	61
I-2	Définitions générales	63
I-3	Limite réelle en un point x_0 réel	64
I-4	Unicité de la limite	64
I-5	Cas où x_0 est dans D_f	65
I-6	Limite à droite, à gauche	65
II- Limite infinie		
II-1	Limite = $+\infty$	67
II-2	Limite = $-\infty$	68
II-3	Limite à droite, à gauche	68
II-4	Limite en un point x_0 , récapitulatif	69
II-5	Limite en l'infini	69
III- Opérations sur les limites		
III-1	Opérations sur les limites finies	70
III-2	Opérations sur les limites infinies	73
III-3	Compatibilité avec l'ordre	76
III-4	Limite d'une fonction composée	77
IV- Continuité en un point		
IV-1	Définition	77
IV-2	Exemples classiques	77
IV-3	Continuité à droite, à gauche	78
IV-4	Prolongement par continuité	79
IV-5	Opérations sur les fonctions continues	80
V- Comparaison locale		
V-1	Fonctions équivalentes	81
V-2	Fonctions négligeables	82
Chapitre Quatrième : Étude globale des fonctions réelles		
I- Généralités		
I-1	Ensemble de définition	84
I-2	Parités, Périodes	84
I-3	Fonctions bornées	86
II- Fonctions monotones		
II-1	Définitions	87
II-2	Notion de borne supérieure	88
II-3	Fonctions monotones bornées	90
III- Fonctions continues		
III-1	Définitions	91
III-2	Opérations sur les fonctions continues sur un intervalle	92
III-3	Exemples classiques	92
IV- Image d'un intervalle par une application continue		
IV-1	Cas général	92
IV-2	Théorème des valeurs intermédiaires	93
IV-3	Cas des intervalles fermés	96
IV-4	Cas des fonctions continues, strictement monotones	96

V- Inversion des fonctions continues, strictement monotones sur un intervalle

V-1	Théorème	97
V-2	Proposition-1	97
V-3	Proposition-2	98
V-4	Proposition-3	99
V-5	Exemples	99
V-6	Fonctions puissances	101

VI- Un peu de trigonométrie

VI-1	Cercle trigonométrique	103
VI-2	Cosinus et sinus d'un angle	104
VI-3	Conséquences : Périodicité	104
VI-4	Quelques propriétés immédiates	105
VI-5	Quelques valeurs remarquables	106

Chapitre Cinquième : Polynômes à coefficients réels

I- Généralités

I-1	Définition	107
I-2	Étude d'un cas particulier, le polynôme nul	107

II- Degré d'un polynôme

II-1	Monôme	108
II-2	Définition	109
II-3	Convention et notation	109

III- Opérations dans l'ensemble des polynômes à coefficients réels

III-1	Somme	109
III-2	Multiplication d'un polynôme par un réel	110
III-3	Produit de polynôme à coefficients réels	111
III-4	Comportement du degré	112

IV- Division

IV-1	Définition	113
IV-2	Racines	113
IV-3	Ordre de multiplicité d'une racine	115
IV-4	Nombre de racines et degré	115

† Chapitre Sixième : Dérivation des fonctions réelles

I- Dérivée en un point

I-1	Définition	116
I-2	Exemples	116
I-3	Théorème	117
I-4	Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction définie en un point x_0	117
I-5	Dérivées à droite, à gauche	119
I-6	Tangente " verticale "	120

II- Fonction dérivée

II-1	Définition	121
II-2	Fonction dérivée	122
II-3	Opérations sur les fonctions dérivables	122

III- Dérivées successives

III-1	Définition	125
-------	------------	-----

III-2	Fonctions indéfiniment dérivables	125
III-3	Fonction de classe C^p	125
III-4	Formule de Leibniz	126
IV- Extrema, variations		
IV-1	Définitions	127
IV-2	Exemples	127
IV-3	Variation et dérivée	128
IV-4	Extremum et dérivée	128
V-L'inégalité des accroissements finis		
V-1	Théorème-1	129
V-2	Théorème-2	130
V-3	L'égalité des accroissements finis	130
V-4	Génération de fonctions lipschitziennes	131
V-5	Utilisations fréquentes des accroissements finis	132
V-6	Prolongement des applications de classe C^1	133
VI-Fonctions convexes		
VI-1	Définition	134
VI-2	Interprétation graphique	135
VI-3	Caractérisation des fonctions convexes pour des fonctions de classe C^2	135
VI-4	Fonctions concaves	136
VI-5	Exemples classiques	137

X Chapitre Septième : Intégration des fonctions réelles

I- Primitives

I-1	Théorème-1	138
I-2	Théorème-2	138
I-3	Unicité de la primitive prenant en un point donné une valeur donnée	138
I-4	Opérations sur les primitives ; primitives usuelles	139

II-Intégrale d'une fonction continue sur un segment

II-1	Définitions, notations	140
II-2	Propriétés	140
II-3	Méthode des rectangles, sommes de Riemann	144

III- Techniques d'intégration

III-1	Intégration par parties	148
III-2	Changement de variable	150

DEUXIÈME PARTIE : ÉNONCÉS DES EXERCICES

Chapitre Premier : Suites numériques

Numéros 1 à 32	154
--------------------------	-----

Chapitre Second : Séries numériques

Numéros 1 à 26	161
--------------------------	-----

Chapitre Troisième : Fonctions réelles : Limites-Continuité, Continuité sur un intervalle, Polynômes

I	Limites-Continuité	
Numéros I-1 à I-65		166

II	Continuité sur un intervalle Numéros II-1 à II-31	174
III	Polynômes Numéros III-1 à III-16	179
Chapitre Quatrième : Dérivation		
I	Dérivées : Calculs Numéros I-1 à I-40	182
II	Études de fonctions ; accroissements finis Numéros II-1 à II-33	188
Chapitre Cinquième : Intégration des fonctions réelles		
I	Calculs d'intégrales Numéros I-1 à I-16	194
II	Problèmes divers Numéros II-1 à II-39	198

TROISIÈME PARTIE : CORRIGÉS DES EXERCICES

Chapitre Premier : Suites numériques		
	Numéros 1 à 32	208
Chapitre Second : Séries numériques		
	Numéros 1 à 26	246
Chapitre Troisième : Fonctions réelles : Limites-Continuité, Continuité sur un intervalle, Polynômes		
I	Limites-Continuité Numéros I-1 à I-65	268
II	Continuité sur un intervalle Numéros II-1 à II-31	309
III	Polynômes Numéros III-1 à III-16	340
Chapitre Quatrième : Dérivation		
I	Dérivées : Calculs Numéros I-1 à I-40	358
II	Études de fonctions ; accroissements finis Numéros II-1 à II-33	396
Chapitre Cinquième : Intégration des fonctions réelles		
I	Calculs d'intégrales Numéros I-1 à I-16	437
II	Problèmes divers Numéros II-1 à II-39	451
Index	495

Le chapitre *Analyse* est, avec le chapitre *Probabilités*, le cœur du nouveau programme de l'enseignement des Mathématiques en première année du Haut Enseignement Commercial. Ce livre contient plus de 300 exercices corrigés, de niveaux différents. La correction en est détaillée, et doit permettre aux utilisateurs de ce livre d'acquérir les méthodes de base du calcul et du raisonnement en analyse, et d'assimiler les notions fondamentales qui y sont traitées, notions qui seront utilisées tout au long de la seconde année.



9 782729 897482

ISBN 2-7298-9748-8