

COLLECTION U

MICHEL QUEYSANNE

ALGEBRE

M.G.P. ET SPECIALES A

ARMAND COLIN

Collection U

Série " Mathématiques " dirigée par André Revuz

M754

MICHEL QUEYSANNE

Ancien élève de l'École Normale Supérieure
Ancien professeur de Mathématiques Spéciales
Maître-assistant à la Faculté des Sciences de Paris

045956

①

ALGÈBRE

M. G. P. et Spéciales A



LIBRAIRIE ARMAND COLIN

103, boulevard Saint-Michel, Paris-5^e

TABLE DES MATIÈRES



AVANT-PROPOS	5
Chapitre 1. Ensembles. Applications. Relations	9
I. Introduction. Notions de logique	
Ensemble (élément, appartenance)	9
II. Inclusion. Réunion. Intersection.....	17
III. Produit cartésien. Relations. Correspondances.....	26
IV. Applications de A dans B.....	31
V. Relations d'équivalence	43
VI. Relations d'ordre	47
VII. Conclusion.....	56
Exercices	60
Chapitre 2. Entiers naturels	64
I. Ensemble \mathbb{N} des entiers naturels	64
II. Ensembles finis	67
III. Opérations sur les entiers naturels.....	72
IV. Analyse combinatoire	81
V. Notions sur les ensembles dénombrables	86
Exercices	88
Chapitre 3. Lois de composition	91
I. Ensembles munis d'une loi de composition interne	91
II. Diverses lois internes associées à une même loi interne	100
III. Homomorphismes et isomorphismes de (E, τ) dans (E', τ')	105
IV. Symétrisation d'une loi interne. Groupe additif \mathbb{Z}	108
V. Ensemble muni de deux lois de composition interne. Distributivité Anneau \mathbb{Z}	116
VI. Lois externes.....	121
VII. Structures. Isomorphismes. Homomorphismes	124
Exercices	129
Chapitre 4. Groupes	132
I. Définition. Exemples. Premières propriétés	132
II. Sous-groupes d'un groupe.....	135
III. Homomorphismes et isomorphismes des groupes.....	140
IV. Produit cartésien de groupes. Somme directe	143
V. Génération des groupes	147
VI. Groupes de transformation.....	149
Exercices	157



Chapitre 5. Anneaux et corps	162
I. Anneaux. Premières propriétés.....	162
II. Idéaux. Homomorphismes d'anneaux.....	169
III. Divisibilité dans un anneau. Étude particulière de \mathbb{Z}	174
IV. Corps. Corps \mathbb{Q} des rationnels	184
V. Anneaux et corps ordonnés. Notions sur le corps \mathbb{R}	191
Exercices	199
Chapitre 6. Nombres complexes	207
I. Corps des nombres complexes. Module d'un nombre complexe.....	207
II. Représentation géométrique d'un nombre complexe Argument d'un nombre complexe	214
III. Applications des nombres complexes	224
Exercices	237
Chapitre 7. Espaces vectoriels	242
I. Définition. Premières propriétés.....	242
II. Sous-espaces vectoriels	246
III. Indépendance linéaire. Bases	253
IV. Propriétés des applications linéaires	266
V. Opérations algébriques effectuées sur les applications linéaires	275
VI. Formes linéaires. Dualité	281
Exercices	292
Chapitre 8. Matrices	302
I. Généralités	302
II. Opérations algébriques sur les matrices.....	310
III. Changement de bases.....	320
Exercices	327
Chapitre 9. Déterminants	336
I. Applications et formes multilinéaires alternées	336
II. Déterminants	344
III. Premières applications des déterminants	354
Exercices	360
Chapitre 10. Equations linéaires	368
Exercices	382

Chapitre 11. Polynômes	386
I. Définitions générales.....	386
II. Étude de $K[X]$, K corps commutatif.....	399
III. Étude de $K[X_1, \dots, X_m]$, K corps commutatif.....	421
Exercices	435
Chapitre 12. Fractions rationnelles	443
I. Fractions rationnelles et fonctions rationnelles.....	443
II. Décomposition en éléments simples	451
Exercices	464
Chapitre 13. Equations algébriques	468
I. Fonctions rationnelles des racines	469
II. Élimination et applications.....	471
Exercices	481
Chapitre 14. Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme	489
Réduction des matrices	
Exercices	504
Chapitre 15. Formes bilinéaires symétriques et formes hermitiennes	512
I. Définition et premières propriétés des formes bilinéaires et des formes quadratiques.....	512
II. Formes dégénérées et non dégénérées. Orthogonalité. Éléments isotropes....	520
III. Endomorphisme adjoint. Applications.....	529
IV. Formes bilinéaires symétriques réelles. Espace euclidien de dimension n	535
V. Formes hermitiennes. Espace hermitien de dimension n	557
Exercices	574
INDEX DES NOTATIONS	585
INDEX TERMINOLOGIQUE	589



COLLECTION



MATHEMATIQUES
SERIE DIRIGEE PAR
ANDRE REVUZ

ARMAND COLIN