

*l'intègre*

Jean-Marie Monier

# Algèbre MP

**Cours**

**et 500 exercices  
corrigés**

**NOUVEAU  
PROGRAMME**



**4<sup>e</sup> édition**

**DUNOD**

DUNOD

4<sup>e</sup> édition

**Jean-Marie Monier**  
*Professeur en classes de spéciales  
au lycée La Martinière-Monplaisir à Lyon*

**Cours et 500 exercices corrigés**

# Algèbre MP



039956  
⑤

M 724

*l'intègre*

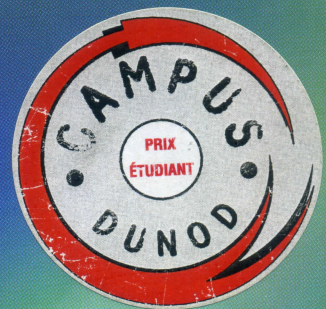
Jean-Marie Monier

# Algèbre MP

**Cours**

**et 500 exercices  
corrigés**

**NOUVEAU  
PROGRAMME**



**4<sup>e</sup> édition**

**DUNOD**

M 724

039956  
⑤

# Algèbre MP



**Cours et 500 exercices corrigés**

**Jean-Marie Monier**

*Professeur en classes de Spéciales  
au lycée La Martinière-Monplaisir à Lyon*

**4<sup>e</sup> édition**

**DUNOD**

# Table des matières

## Première partie – Cours

### Chapitre 1

#### Compléments d'algèbre linéaire 3

- 1.1 Bases, sommes directes 4
- 1.2 Applications linéaires 10
- 1.3 Dualité 13
  - 1.3.1 Généralités 13
  - 1.3.2 Hyperplans 14
  - 1.3.3 Supplément : Orthogonalité 16
  - 1.3.4 Bases duales 19
- 1.4 Blocs 27
- 1.5 Suites et séries de matrices 35
  - 1.5.1 Normes sur  $\mathbf{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  35
  - 1.5.2 Exponentielle de matrice 37

### Chapitre 2

#### Réduction des endomorphismes et des matrices carrées (1<sup>er</sup> niveau) 41

- 2.1 Éléments propres 42
- 2.2 Polynôme caractéristique 47
- 2.3 Diagonalisabilité 52
- 2.4 Polynômes d'endomorphismes, polynômes de matrices 61
- 2.5 Applications de la diagonalisation 68
  - 2.5.1 Calcul des puissances d'une matrice carrée 68
  - 2.5.2 Suites récurrentes linéaires simultanées du 1<sup>er</sup> ordre à coefficients constants 71
  - 2.5.3 Suites récurrentes linéaires à coefficients constants 72

## Chapitre 6

<b>5.2</b>	Adjoint	167
5.2.1	Généralités	167
5.2.2	Cas de la dimension finie	168
5.2.3	Endomorphismes remarquables d'un espace préhilbertien réel	169
	Complément aux exercices	174

## Algèbre sesquilinéaire 175

<b>6.1</b>	Formes sesquilinéaires	176
6.1.1	Généralités	176
6.1.2	Orthogonalité pour une forme sesquilinéaire hermitienne	179
6.1.3	Cas de la dimension finie	181
6.1.4	Classification des formes hermitiennes en dimension finie	187
6.1.5	Supplément : Décomposition de Gauss d'une forme hermitienne	187
<b>6.2</b>	Espaces hermitiens	189
6.2.1	Produit scalaire hermitien	189
6.2.2	Orthogonalité	192
<b>6.3</b>	Adjoint	195
6.3.1	Généralités	195
6.3.2	Cas de la dimension finie	196
<b>6.4</b>	Supplément : Endomorphismes remarquables d'un espace hermitien	197
6.4.1	Endomorphismes auto-adjoints	197
6.4.2	Endomorphismes unitaires	200
6.4.3	Endomorphismes normaux	204
<b>6.5</b>	Supplément : Réduction des matrices hermitiennes	206
6.5.1	Théorème fondamental	206
6.5.2	Réduction simultanée	207
6.5.3	Matrices hermitiennes positives, définies-positives	208
	Compléments aux exercices	217

## Chapitre 7

## Compléments d'algèbre générale 223

<b>7.1</b>	Groupes	224
7.1.1	Groupe $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	224
7.1.2	Groupes : produit, parties génératrices	228
<b>7.2</b>	Anneaux	228
7.2.1	Idéaux d'un anneau commutatif	228
7.2.2	Morphismes d'anneaux	231
7.2.3	Idéaux de $\mathbb{Z}$ , anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	232
	Compléments aux exercices	236

20050  
①

MSFM

## Seconde partie

### Indications et réponses des exercices

Chap. 1, **243** ; Chap. 2, **257** ; Chap. 3, **279** ; Chap. 4, **311** ; Chap. 5, **329** ;  
Chap. 6, **351** ; Chap. 7, **387**.

Index des notations

393

Index alphabétique

395

Jean-Marie Monier

4<sup>e</sup> édition

# ALGÈBRE MP

## Cours et 500 exercices corrigés

Cette 4<sup>e</sup> édition du *cours d'algèbre* de Jean-Marie Monier est entièrement conforme aux nouveaux programmes 2004 de la filière MP. Elle propose un cours complet, convivial et rigoureux, et de très nombreux exercices tous corrigés.

Chaque chapitre s'ouvre par une introduction signalant les **prérequis** et dégageant les **objectifs à atteindre**. Une nouvelle rubrique, intitulée « **Du cours aux exercices** », regroupe des conseils de méthodologie pour aider l'étudiant dans la résolution des exercices qui suivent. Des questions situées à la limite du programme sont traitées, en fin de chapitre, sous forme de compléments avec solutions détaillées. Enfin des notes en marge donnent des informations complémentaires au cours (rappels, schémas, conseils...), et des encadrés mettent en valeur les points les plus importants (théorèmes, définitions et propositions à retenir).

L'objectif de ce cours de mathématiques est de devenir l'outil de travail familier, efficace et adapté des élèves des classes préparatoires, des étudiants du 1<sup>er</sup> cycle universitaire scientifique et des candidats aux concours externes et internes de recrutement de professeurs.

JEAN-MARIE MONIER  
est professeur en classe  
de Spéciales au lycée  
La Martinière-Monplaisir  
à Lyon.

COURS		EXERCICES		
1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année	
Analyse MPSI	Analyse MP	Analyse MPSI	Analyse MP	MPSI MP
Algèbre MPSI	<b>Algèbre MP</b>	Algèbre et géométrie MPSI	Algèbre et géométrie MP	
Géométrie MPSI, MP				
Analyse PCSI-PTSI	Analyse PC-PSI-PT	Analyse PCSI-PTSI	Analyse PC-PSI-PT	PCSI-PTSI PC-PSI-PT
Algèbre PCSI-PTSI	Algèbre PC-PSI-PT	Algèbre et géométrie PCSI-PTSI	Algèbre et géométrie PC-PSI-PT	
Géométrie PCSI-PTSI, PC-PSI-PT				
DÉKHÔLLEZ				
Niveau X, Centrale, Mines		Niveau CCP, e3a, e4a, ESIM		
337 exercices corrigés		409 exercices corrigés		MP-MP*
264 exercices corrigés		324 exercices corrigés		PC-PC*-PSI-PSI*-PT-PT*

