



CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

N. PISKOUNOV

TOME 1

TRADUIT
DU RUSSE

ELLIPSES

M 715/11

N. PISKOUNOV

Université "Mouhoud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T



CALCUL DIFFÉRENTIEL et INTÉGRAL

(en deux volumes)

N° de Cote: ~~1132/I/14~~

tome I



N° d'inventaire: ~~282~~

~~14~~
~~5~~

12ème édition

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire: 5784 $\frac{5}{5}$

N° de Cote: ~~M 4701/13~~



ÉDITIONS MIR
MOSCOU





TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos à la cinquième édition	11
---	----

CHAPITRE I

NOMBRE, VARIABLE, FONCTIONS

§ 1. Nombres réels. Représentation des nombres réels par les points de l'axe numérique	13
§ 2. Valeur absolue d'un nombre réel	15
§ 3. Grandeurs variables et grandeurs constantes	16
§ 4. Domaine de définition d'une variable	17
§ 5. Variable ordonnée. Variable croissante et variable décroissante. Variable bornée	19
§ 6. Fonction	20
§ 7. Diverses formes d'expression des fonctions	21
§ 8. Principales fonctions élémentaires. Fonctions élémentaires	23
§ 9. Fonctions algébriques	28
§ 10. Système de coordonnées polaires	30
<i>Exercices</i>	32

CHAPITRE II

LIMITE ET CONTINUITÉ DES FONCTIONS

§ 1. Limite d'une grandeur variable. Grandeur variable infiniment grande	34
§ 2. Limite d'une fonction	37
§ 3. Fonctions qui tendent vers l'infini. Fonctions bornées	40
§ 4. Infiniment petits et leurs propriétés fondamentales	44
§ 5. Théorèmes fondamentaux sur les limites	47
§ 6. Limite de la fonction $\frac{\sin x}{x}$ quand $x \rightarrow 0$	51
§ 7. Le nombre e	53
§ 8. Logarithmes népériens	58
§ 9. Continuité des fonctions	59
§ 10. Propriétés des fonctions continues	64
§ 11. Comparaison des infiniment petits	66
<i>Exercices</i>	69

CHAPITRE III

DÉRIVÉE ET DIFFÉRENTIELLE

§ 1. Vitesse d'un mouvement	72
§ 2. Définition de la dérivée	74
§ 3. Interprétation géométrique de la dérivée	76
§ 4. Fonctions dérivables	77
§ 5. Dérivée de la fonction $y = x^n$ pour n entier et positif	79
§ 6. Dérivées des fonctions $y = \sin x$; $y = \cos x$	81
§ 7. Dérivées d'une constante, du produit d'une constante par une fonction, d'une somme, d'un produit et du rapport de deux fonctions	83
§ 8. Dérivée d'une fonction logarithmique	88
§ 9. Dérivée d'une fonction composée	89
§ 10. Dérivées des fonctions $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, $y = \operatorname{Log} x $	91
§ 11. Fonction implicite et sa dérivée	93
§ 12. Dérivée d'une fonction puissance quand l'exposant est un nombre réel quelconque, dérivée de la fonction exponentielle et de la fonction composée exponentielle	95
§ 13. Fonction inverse (ou réciproque) et sa dérivée	98
§ 14. Fonctions trigonométriques inverses et leurs dérivées	102
§ 15. Tableau des principales formules de dérivation	106
§ 16. Fonctions données sous forme paramétrique	108
§ 17. Equations paramétriques de certaines courbes	109
§ 18. Dérivée d'une fonction donnée sous forme paramétrique	112
§ 19. Fonctions hyperboliques	114
§ 20. Différentielle	117
§ 21. Interprétation géométrique de la différentielle	121
§ 22. Dérivées de différents ordres	122
§ 23. Différentielles de différents ordres	125
§ 24. Dérivées de différents ordres des fonctions implicites et des fonctions données sous forme paramétrique	126
§ 25. Interprétation mécanique de la dérivée seconde	129
§ 26. Equations de la tangente et de la normale. Longueurs de la sous-tangente et de la sous-normale	130
§ 27. Interprétation géométrique de la dérivée du rayon vecteur par rapport à l'angle polaire	133
<i>Exercices</i>	135

CHAPITRE IV

THÉORÈMES RELATIFS AUX FONCTIONS DÉRIVABLES

§ 1. Théorème relatif aux racines de la dérivée (théorème de Rolle)	147
§ 2. Théorème des accroissements finis (théorème de Lagrange) . . .	149
§ 3. Théorème de Cauchy (rapport des accroissements de deux fonctions)	150

§ 4. Limite du rapport de deux infiniment petits (vraie valeur des indéterminations de la forme $\frac{0}{0}$)	151
§ 5. Limite du rapport de deux infiniment grands (vraie valeur des indéterminations de la forme $\frac{\infty}{\infty}$)	155
§ 6. Formule de Taylor	160
§ 7. Développement des fonctions e^x , $\sin x$, $\cos x$ par la formule de Taylor	164
<i>Exercices</i>	168

CHAPITRE V

ÉTUDE DE LA VARIATION DES FONCTIONS

§ 1. Position du problème	171
§ 2. Croissance et décroissance des fonctions	172
§ 3. Maximum et minimum des fonctions	174
§ 4. Marche à suivre pour l'étude du maximum et du minimum d'une fonction dérivable à l'aide de la dérivée première	181
§ 5. Etude du maximum et du minimum des fonctions à l'aide de la dérivée seconde	183
§ 6. Plus grande et plus petite valeur d'une fonction sur un segment	187
§ 7. Application de la théorie du maximum et du minimum des fonctions à la résolution de problèmes	188
§ 8. Etude des maximums et des minimums d'une fonction à l'aide de la formule de Taylor	190
§ 9. Convexité et concavité des courbes. Points d'inflexion	192
§ 10. Asymptotes	199
§ 11. Schéma général de l'étude des fonctions et de la construction des graphiques	203
§ 12. Etude des courbes données sous forme paramétrique	207
<i>Exercices</i>	212

CHAPITRE VI

COURBURE D'UNE COURBE

§ 1. Longueur de l'arc et sa dérivée	219
§ 2. Courbure	221
§ 3. Calcul de la courbure	223
§ 4. Calcul de la courbure des courbes sous forme paramétrique	226
§ 5. Calcul de la courbure des courbes en coordonnées polaires	227
§ 6. Rayon et cercle de courbure. Centre de courbure. Développée et développante	228
§ 7. Propriétés de la développée	234
§ 8. Calcul approché des racines réelles d'une équation	237
<i>Exercices</i>	242

CHAPITRE VII

NOMBRES COMPLEXES, POLYNÔMES

§ 1. Nombres complexes. Définitions	245
§ 2. Principales opérations sur les nombres complexes	247
§ 3. Élévation d'un nombre complexe à une puissance et extraction de la racine d'un nombre complexe	250
§ 4. Fonction exponentielle à exposant complexe et ses propriétés	253
§ 5. Formule d'Euler. Forme exponentielle d'un nombre complexe	256
§ 6. Décomposition d'un polynôme en facteurs	258
§ 7. Racines multiples du polynôme	261
§ 8. Décomposition en facteurs d'un polynôme dans le cas des racines complexes	263
§ 9. Interpolation. Formule d'interpolation de Lagrange	264
§ 10. Formule d'interpolation de Newton	266
§ 11. Dérivation numérique	268
§ 12. Meilleure approximation d'une fonction par des polynômes. Théorie de Tchébychev	269
<i>Exercices</i>	271

CHAPITRE VIII

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

§ 1. Définition des fonctions de plusieurs variables	273
§ 2. Représentation géométrique d'une fonction de deux variables	276
§ 3. Accroissement partiel et accroissement total de la fonction	277
§ 4. Continuité des fonctions de plusieurs variables	279
§ 5. Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables	282
§ 6. Interprétation géométrique des dérivées partielles d'une fonction de deux variables	284
§ 7. Accroissement total et différentielle totale	285
§ 8. Emploi de la différentielle totale pour les calculs approchés	288
§ 9. Emploi de la différentielle pour évaluer l'erreur commise pendant les calculs numériques	289
§ 10. Dérivée d'une fonction composée. Dérivée totale. Différentielle totale d'une fonction composée	293
§ 11. Dérivation des fonctions implicites	297
§ 12. Dérivées partielles de différents ordres	300
§ 13. Surfaces de niveau	305
§ 14. Dérivée suivant une direction donnée	306
§ 15. Gradient	308
§ 16. Formule de Taylor pour une fonction de deux variables	312
§ 17. Maximum et minimum d'une fonction de plusieurs variables	314
§ 18. Maximums et minimums des fonctions de plusieurs variables soumises à certaines conditions (maximums et minimums liés)	323

§ 19. Dépendance fonctionnelle obtenue en traitant les données expérimentales par la méthode des moindres carrés	328
§ 20. Points singuliers d'une courbe	332
<i>Exercices</i>	338

CHAPITRE IX

APPLICATIONS DU CALCUL DIFFÉRENTIEL À LA
GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE

§ 1. Equation d'une courbe dans l'espace	342
§ 2. Limite et dérivée d'une fonction vectorielle d'une variable scalaire indépendante. Equation de la tangente à une courbe. Equation du plan normal	345
§ 3. Règles de dérivation des vecteurs (fonctions vectorielles)	351
§ 4. Dérivées première et seconde d'un vecteur par rapport à la longueur de l'arc. Courbure de la courbe. Normale principale. Vitesse et accélération du point dans un mouvement curviligne	354
§ 5. Plan osculateur. Binormale. Torsion d'une courbe gauche	363
§ 6. Plan tangent et normale à une surface	368
<i>Exercices</i>	372

CHAPITRE X

INTÉGRALE INDÉFINIE

§ 1. Primitive et intégrale indéfinie	375
§ 2. Table d'intégrales	378
§ 3. Quelques propriétés de l'intégrale indéfinie	380
§ 4. Intégration par changement de variable	382
§ 5. Intégration de certaines expressions contenant le trinôme $ax^2 + bx + c$	384
§ 6. Intégration par parties	387
§ 7. Fractions rationnelles. Fractions rationnelles élémentaires et leur intégration	390
§ 8. Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples	395
§ 9. Intégration des fractions rationnelles	399
§ 10. Intégration des fonctions irrationnelles	402
§ 11. Intégrales du type $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	404
§ 12. Intégration de certaines classes de fonctions trigonométriques	407
§ 13. Intégration de certaines fonctions irrationnelles à l'aide de transformations trigonométriques	412
§ 14. Fonctions dont les intégrales ne peuvent être exprimées par des fonctions élémentaires	414
<i>Exercices</i>	416

CHAPITRE XI

INTÉGRALE DÉFINIE

§ 1.	Position du problème. Sommes intégrales inférieure et supérieure	427
§ 2.	Intégrale définie. Théorème d'existence de l'intégrale définie . . .	429
§ 3.	Propriétés fondamentales de l'intégrale définie	439
§ 4.	Calcul de l'intégrale définie. Formule de Newton-Leibniz	443
§ 5.	Changement de variable dans une intégrale définie	447
§ 6.	Intégration par parties	449
§ 7.	Intégrales impropres	451
§ 8.	Calcul approché des intégrales définies	458
§ 9.	Formule de Tchébychev	464
§ 10.	Intégrales dépendant d'un paramètre. Fonction gamma	469
§ 11.	Intégration d'une fonction complexe de la variable réelle	473
	<i>Exercices</i>	473

CHAPITRE XII

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES ET MÉCANIQUES DE L'INTÉGRALE DÉFINIE

§ 1.	Calcul des aires en coordonnées rectangulaires	478
§ 2.	Aire d'un secteur curviligne en coordonnées polaires	481
§ 3.	Longueur d'un arc de courbe	482
§ 4.	Calcul du volume d'un corps en fonction des aires des sections parallèles	488
§ 5.	Volume d'un corps de révolution	490
§ 6.	Aire d'un corps de révolution	491
§ 7.	Calcul du travail au moyen de l'intégrale définie	492
§ 8.	Coordonnées du centre de gravité	494
§ 9.	Calcul du moment d'inertie d'une courbe, d'un cercle et d'un cylindre à l'aide de l'intégrale définie	497
	<i>Exercices</i>	500
	Index	506

Calcul intégral et différentiel

en deux volumes

Cet ouvrage est un manuel de mathématiques destiné aux étudiants des établissements d'enseignement technique supérieur.

En plus des développements habituellement traités dans les cours d'analyse mathématique, il contient l'exposé des notions indispensables aujourd'hui pour l'assimilation des disciplines liées à l'automatisation et aux méthodes de calcul automatique.

De nombreux problèmes et exercices accompagnent chaque chapitre du cours et facilitent l'assimilation de la partie théorique. Certains ont été résolus et commentés à titre d'exemples. Cela rend l'usage de ce manuel particulièrement précieux pour les autodidactes.

Le présent ouvrage a été réédité 9 fois en russe et traduit également en anglais et en espagnol.



9 782729 893408

ISBN 2-7298-1340-7