

192/1
Mathématiques

Léonce LESIEUR, Yves MEYER
Claude JOULAIN, Jean LEFEBVRE

ALGÈBRE GÉNÉRALE

1^{er} cycle scientifique
préparation aux grandes écoles

1^{re} ANNÉE



ARMAND COLIN

M.698

Léonce LESIEUR, Yves MEYER
Claude JOULAIN, Jean LEFEBVRE

ALGÈBRE GÉNÉRALE



Université "Moulay MAMMERR"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

1^{er} cycle scientifique
préparation aux grandes écoles
1^{re} ANNÉE

N° d'inventaire: 1. ci 192 1/2

~~N° de catalogue: 19714^{er}~~

~~4803~~ ~~3/4~~



ARMAND COLIN

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS

Chapitre 1. Généralités sur les ensembles	1
I. Ensembles	1
II. Intersection. Réunion	3
III. Ensemble produit	3
IV. Applications	4
V. Lois de composition interne	7
VI. Relations d'équivalence	7
VII. Relations d'ordre	9
Exercices	11
Résultats ou indications	14
Chapitre 2. Ensembles finis. Analyse combinatoire	17
I. Ensembles finis	17
II. Cardinal d'un ensemble produit	18
III. Applications d'un ensemble fini dans un autre. Arrangements avec répétition	19
IV. Injections d'un ensemble fini dans un autre. Arrangements sans répétition	19
V. Permutations d'un ensemble fini	20
VI. Combinaisons (sans répétition) de n éléments p à p	21
VII. Formule du binôme	23
Exercices	26
Résultats ou indications	29
Chapitre 3. Les nombres réels	34
I. Anneau \mathbb{Z} des entiers rationnels; notions de groupe et d'anneau	34
II. Corps \mathbb{Q} des nombres rationnels; notion de corps	39
III. Corps \mathbb{R} des nombres réels	42
IV. Définition de \sqrt{x} ($x > 0, n \in \mathbb{N}^*$)	45
V. Ensembles adjacents de nombres réels	45
Exercices	48
Résultats ou indications	51
Chapitre 4. Les nombres complexes	58
I. Définition et opérations	58
II. Représentation géométrique	62
III. Applications algébriques et trigonométriques	65

IV. Application géométrique : étude de l'inversion.....	69
Exercices.....	74
Résultats ou indications.....	78
Chapitre 5. Polynômes à une variable	85
I. Introduction.....	85
II. Définitions.....	85
III. Somme.....	86
IV. Produit.....	88
Exercices.....	91
Résultats ou indications.....	92
Chapitre 6. Divisibilité	96
I. Divisibilité.....	96
II. Nombre de racines de l'équation $P(x) = 0$	101
Exercices.....	106
Résultats ou indications.....	109
Chapitre 7. Division avec reste	114
Exercices.....	119
Résultats ou indications.....	122
Chapitre 8. Fractions rationnelles	133
I. Introduction.....	133
II. Définitions.....	133
III. Somme.....	136
IV. Produit.....	136
V. Corps des fractions rationnelles.....	137
VI. Valeur numérique d'une fraction rationnelle en un point.....	138
Exercices.....	140
Résultats ou indications.....	142
Chapitre 9. Décomposition en éléments simples (cas complexe)	148
I. Partie entière d'une fraction rationnelle.....	148
II. Théorème de décomposition en éléments simples.....	149
Appendice	153
III. Division des polynômes suivant les puissances croissantes.....	153
IV. Application à la décomposition des fractions rationnelles en éléments simples.....	156
Exercices.....	158
Résultats ou indications.....	161

Chapitre 10. Intégration des fractions rationnelles	167
I. Introduction	167
II. Fonction fraction rationnelle	168
III. Décomposition d'une fraction rationnelle à coefficients réels ..	168
IV. Intégration d'une fraction rationnelle à coefficients réels	169
Exercices	173
Résultats ou indications	174
Chapitre 11. Anneaux principaux	180
I. Idéal dans un anneau	180
II. Éléments associés. Groupe des unités	181
III. Anneaux principaux	182
IV. P.p.c.m. et p.g.c.d. dans les anneaux principaux	183
V. Éléments premiers entre eux	185
Exercices	187
Résultats ou indications	191
Chapitre 12. Morphismes et structures-quotients	197
I. Morphismes de groupes abéliens	197
II. Groupe quotient	200
III. Morphismes d'anneaux	203
IV. Anneau quotient	204
V. Morphismes de corps	206
Exercices	207
Résultats ou indications	210
Problèmes	218
INDEX TERMINOLOGIQUE	237

Ce volume d'Algèbre générale comprend les notions de base présentées avec des motivations suffisantes et des applications qui justifient la théorie : les structures de groupe, d'anneau et de corps accompagnent les exemples concrets connus ; l'étude des polynômes se prolonge par celle de la divisibilité et de la division avec reste ; les fractions rationnelles et leur décomposition en éléments simples sont suivies par la recherche des primitives.

Deux chapitres sur les anneaux principaux, les morphismes et les structures quotients sont donnés en fin de volume ; ils apportent un éclairage plus moderne sur certaines questions déjà vues tout en servant d'introduction à des méthodes que le lecteur aura peut-être l'occasion d'approfondir dans la suite.

L'ouvrage est destiné aux étudiants de 1^{re} année du 1^{er} cycle des universités en vue du D.E.U.G. de Sciences des structures et de la matière, ainsi qu'à ceux des classes de Mathématiques supérieures et de Mathématiques supérieures technologiques, et aux élèves des classes préparatoires aux Écoles qui recrutent sur un programme de mathématiques de ce niveau.

Léonce Lesieur et Yves Meyer sont professeurs à l'université de Paris XI ; Claude Joulain et Jean Lefebvre y sont maîtres-assistants.



9 782200 213336

61.4780.5
ISBN : 2-200-21333-6