

153

THÉORIE
ÉLÉMENTAIRE
DES SÉRIES

ALAIN BOUVIER

~~M659~~
M693

A. Bouvier

**THÉORIE
ÉLÉMENTAIRE
DES
SÉRIES**

**BIBLIOTHÈQUE COMMUNALE
TIZI-OUZOU**

*Manuscrit: 152
N° de cote: ~~2044~~*

152 $\frac{1}{1}$

**Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T**

Sommaire

Introduction	
Notations	
<u>Chapitre 1. Séries numériques</u>	
§ 1. Notions générales	
1. Rappels sur les suites	2
2. Séries numériques	4
3. Propriétés immédiates des séries convergentes	7
4. Critères de convergence	11
§ 2. Séries à termes réels positifs	
1. Résultats fondamentaux	15
2. Comparaison des séries à termes réels positifs	19
§ 3. Règles usuelles de convergence	
1. Règle de Riemann	22
2. Règle de Cauchy	24
3. Règle de d'Alembert	26
4. Comparaison des règles de d'Alembert et de Cauchy	28
5. Règle de Raabe et Duhamel	31
§ 4. Séries à termes complexes	
1. Convergence absolue	33
2. Propriétés des séries absolument convergentes	35
3. Semi-convergence	37
4. Etude pratique d'une série	38
Exercices sur le chapitre 1.	42
<u>Chapitre 2. Familles sommables</u>	
§ 1. Sommabilité	
1. Insuffisance de la notion de série	47
2. Familles sommables	49
3. La condition de Cauchy	53
4. Propriétés des familles sommables	58
5. Liens avec les séries	61
§ 2. Applications de la sommabilité	
1. Convergence commutative	63
2. Sommation par paquets	66
3. Produits de familles sommables	71
4. Séries doubles	73

Chapitre 3. Espaces normés

§ 1. Espaces normés

1. Norme	80
2. Suites dans un espace normé	83
3. Adhérence	84
4. Parties fermées	86
5. Parties bornées - Parties compactes	88
6. Suites de Cauchy dans un espace normé	89
7. Séries dans un espace normé	91
8. Normes équivalentes	93

§ 2. Espaces fonctionnels

1. La norme de la convergence uniforme	94
2. Convergence simple et convergence uniforme	97
3. Espaces de fonctions bornées	101
4. Espaces de fonctions continues bornées	106
5. Théorèmes de passage à la limite	109

§ 3. Espaces préhilbertiens

1. Produit scalaire	113
2. Eléments orthogonaux	117
3. Familles orthonormées	118
4. Familles totales	121
5. Bases hilbertiennes	125

Exercices sur le chapitre 3.

130

Chapitre 4. Séries entières

§ 1. Séries de fonctions

1. Convergence uniforme des séries de fonctions	137
2. Convergence simple des séries de fonctions	139
3. Convergence absolue des séries de fonctions	141
4. Convergence normale des séries de fonctions	143
5. Résultats fondamentaux	144

§ 2. Séries entières

1. Domaine de convergence	147
2. Règles pratiques	149
3. Propriétés fondamentales	150
4. Séries de Taylor	154

Exercices sur le chapitre 4.

160

Chapitre 5. Séries de Fourier

Introduction	161
§ 1. Convergence en moyenne quadratique des séries de Fourier	
1. Espaces des fonctions continues par morceaux	164
2. Convergence en moyenne quadratique dans $C_M(\Delta)$	166
3. Liens avec la convergence uniforme	169
4. Base hilbertienne de $\tilde{C}_M(\Delta)$	171
5. Coefficients de Fourier	175
6. Approximation en moyenne quadratique	176
7. Séries de Fourier	178
§ 2. Convergence uniforme des séries de Fourier	
1. Conditions nécessaires	182
2. Conditions suffisantes	185
§ 3. Convergence simple des séries de Fourier	
1. Fonctions à variation bornée	188
2. Intégrale de Dirichlet	192
3. Intégrale de Féjér	193
4. Théorèmes de convergence simple et de convergence uniforme	197
5. Fonctions dérivables par morceaux	200
§ 4. Autres propriétés des séries de Fourier	
1. Intégration terme à terme des séries de Fourier	201
2. Dérivation terme à terme des séries de Fourier	202
3. Remarques diverses	204
Exercices sur le chapitre 5.	206
Problèmes de révision	209
Index des notations	221
Index terminologique	223
Bibliographie	227

constamment adaptée à l'évolution des réformes universitaires, la collection *Méthodes* apporte à l'étudiant et au spécialiste des livres d'un genre peu usuel jusqu'à présent en France.

A la fois chercheurs et enseignants, les auteurs de la collection *Méthodes* offrent aux lecteurs — dans chaque discipline et à chaque niveau — des exposés parfaitement à jour qui permettent d'accéder aux stades les plus avancés de la connaissance en percevant aisément l'ensemble du sujet et ses nouveaux développements.

Mathématique

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES SÉRIES, A. Bouvier

CALCUL DIFFÉRENTIEL, H. Cartan

FORMES DIFFÉRENTIELLES, H. Cartan

CALCUL INFINITÉSIMAL, J. Dieudonné

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE ET MÉCANIQUE ANALYTIQUE, C. Godbillon

ÉLÉMENTS DE TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE, C. Godbillon

THÉORIE ALGÈBRIQUE DES NOMBRES, P. Samuel

REPRÉSENTATIONS LINÉAIRES DES GROUPES FINIS, J.-P. Serre

Outils mathématiques de la physique et de la chimie

SÉRIES, J. Kuntzmann

VARIABLE COMPLEXE, J. Kuntzmann

SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS, J. Kuntzmann

PROBABILITÉS, B. Vauquois

Les méthodes
sont les habitudes de l'esprit
et les économies de la mémoire
Rivarol

