

EXERCICES
AVEC
SOLUTIONS

G. FLORY
TOPOLOGIE
ET ANALYSE

Tome 1

Topologie

Mathématiques supérieures et spéciales

Premier cycle universitaire



VUIBERT

CLASSES
PRÉPARATOIRES

M.688

Université "Moulayd MAMMARI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

exercices de topologie et d'analyse

à l'usage des étudiants
des classes préparatoires
aux grandes écoles scientifiques
et du premier cycle des universités,



par

G. FLORY

professeur en classe de Mathématiques spéciales M'
au lycée Louis-le-Grand.

N° d'inventaire: 172 $\frac{2}{2}$

N° de Côte: ~~.....~~

**tome I
topologie**

~~4848~~ $\frac{B}{X}$

LIBRAIRIE VUIBERT
63, Boulevard Saint-Germain,
75005 PARIS

SOMMAIRE

TOME I

CHAPITRE UN. — PROPRIÉTÉS DES RÉELS. SUITES

Définition de \mathbf{R}

- I. — Corps ordonné; corps archimédien 11
- II. — Corps des réels \mathbf{R} 13

Topologie de \mathbf{R}

- III. — Ouverts, voisinages 17
- IV. — Adhérence, intérieur, point d'accumulation de $A \subset \mathbf{R}$ 19

Propriétés et études de suites

- V. — Propriétés des limites, suites extraites 26
- VI. — Valeur d'adhérence, limite supérieure, limite inférieure 31
- VII. — Étude de suites réelles; suites adjacentes 35
- VIII. — Suites récurrentes simples 42
 - Suites homographiques 47
- IX. — Suites à récurrence linéaire 49
- X. — Suites simultanément récurrentes 52
 - Systèmes linéaires 54

Représentation des réels

- XI. — Rationnels p -adiques; développements p -adiques 57
- XII. — Fractions continues 61

CHAPITRE DEUX. — ESPACES TOPOLOGIQUES

Topologie

- I. — Ouverts, fermés, adhérence 66
- II. — Topologie induite 72

Continuité. Topologie produit

- III. — Continuité 74
- IV. — Topologie produit 76

Compacité

- V. — Espace et partie compacts 81

Connexité

- VI. — Espaces et parties connexes 88

Groupes topologiques

- VII. — Définition 93

CHAPITRE TROIS. — ESPACES MÉTRIQUES**Distances. Espaces complets**

- I. — Espace métrique ; suites 98

Boules. Topologie

- II. — Boules, ouverts, fermés 109
 III. — Continuité 114

Espaces, parties compactes

- IV. — Compacts et compacts métriques 124

CHAPITRE QUATRE. — ESPACES VECTORIELS NORMÉS**Topologie**

- I. — Normes 133
 II. — Parties convexes, fonctions convexes 141

Applications linéaires et multilinéaires

- III. — Norme d'une application linéaire continue 147
 IV. — Applications multilinéaires continues 163

Espaces \mathbf{R}^n

- V. — Normes sur \mathbf{R}^n 166

Espaces préhilbertiens

- VI. — Normes hermitiennes 169

TOME II**CHAPITRE CINQ. — FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE****Limites. Continuités**

- I. — Limite en un point, limite supérieure.
 II. — Continuité.
 III. — Continuité uniforme.

Dérivation. Formules de Taylor

- IV. — Dérivée; formule des accroissements finis.
 V. — Dérivées successives; formules de Taylor.

Fonctions monotones et convexes

- VI. — Rappel de propriétés.

CHAPITRE SIX. — FONCTIONS USUELLES. DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS ET ÉTUDE DE FONCTIONS**Fonctions circulaires et réciproques**

- I. — Fonctions circulaires.
 II. — Fonctions Arc sin et Arc cos.
 III. — Fonctions Arc tg et Arc cotg.

Fonctions logarithme, exponentielle, puissances, hyperboliques

- IV. — Fonction logarithme.
 V. — Fonction exponentielle.
 VI. — Fonctions puissances.
 VII. — Fonctions hyperboliques et réciproques.

Développements limités. Limites

- VIII. — Calcul des développements limités.
 IX. — Détermination de limites.

Étude pratique de fonctions; discussion d'équations

- X. — Discussion d'équations.
 XI. — Étude de fonctions.

CHAPITRE SEPT. — INTÉGRALE SIMPLE**Calcul des primitives et des intégrales**

- I. — Méthodes générales d'intégration.
 II. — Intégration des fonctions rationnelles.
 III. — Intégrales de la forme $\int F(\cos x, \sin x) dx$.
 IV. — Intégrales de la forme $\int F(\operatorname{ch} x, \operatorname{sh} x) dx$.
 V. — Intégrales de la forme $\int F(x, y) dx$, où $y = \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}$.
 VI. — Intégrales de la forme $\int F(x, y) dx$, où

$$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}.$$

Propriétés des intégrales

- VII. — Fonctions intégrables.
- VIII. — Sommes de Riemann.
- IX. — Limites d'intégrales remarquables.
- X. — Propriétés diverses.

Intégrales impropres

- XI. — Critères simples de convergence.
- XII. — Intégrales semi convergentes. Règle d'Abel.
- XIII. — Limites dans les intégrales impropres.

Fonction définie par une intégrale

- XIV. — Intégrale fonction de ses bornes.
- XV. — Intégrale fonction d'un paramètre.
- XVI. — Intégrales impropres dépendant d'un paramètre.

CHAPITRE HUIT. — SUITES ET ESPACES DE FONCTIONS**Convergence uniforme**

- I. — Définitions et critères de convergence uniforme.
- II. — Théorèmes assurant la convergence uniforme.
- III. — Dérivation et intégration.
- IV. — Approximations des fonctions continues.

Espaces de fonctions et normes

- V. — Espace $F = \mathcal{C}([a, b], E)$.
- VI. — Norme ou semi-norme N_p .

Les exercices de Topologie et Analyse couvrent, en quatre tomes, le programme correspondant des classes préparatoires M, M', P, P', mais ils s'adressent aussi aux étudiants du premier cycle universitaire.

Précédés d'un court rappel des connaissances nécessaires et des définitions, ces exercices avec solutions, constituent soit des prolongements théoriques du cours, soit des applications de celui-ci.

Le tome 1 traite des propriétés des réels, des suites, des espaces topologiques, des espaces métriques et des espaces vectoriels normés.



ISBN : 2-7117 - 2145-0

