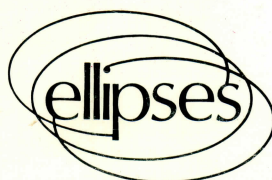
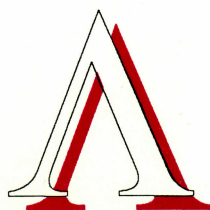


Jacques PICHON

Cours et conseils de travail
Exercices et problèmes corrigés

LES COURBES
DANS LE PLAN
ET DANS L'ESPACE



M686

Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

N° d'Inventaire: idc 470 2
N° de Côte: 4

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud

Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)



Université "Moulayd MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

LES COURBES DANS LE PLAN ET DANS L'ESPACE

4780 4

Fonctions à valeurs dans un
espace de dimension n
Courbes en coordonnées polaires
Courbes données par une équation
paramétrique dans le plan et l'espace
Familles de courbes dépendant
d'un paramètre



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE

SOMMAIRE

FONCTION D'UNE VARIABLE RÉELLE A VALEURS DANS \mathbb{C} OU DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	9 à 44
I- FONCTION A VALEURS DANS \mathbb{C}	9 à 10
1- LIMITE D'UNE FONCTION DE \mathbb{R} DANS \mathbb{C}	9
2- CONTINUITÉ ET DÉRIVABILITÉ	10
II - FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION FINIE	11 à 23
1- UTILISATION DE \mathbb{R}^n	11
. Espace vectoriel	
. Espace affine	
2- MESURE DES DISTANCES	12
. Axiomes	
. Distance euclidienne	
. Inégalité de Schwarz	
. Distance d_α $\alpha = 1, 2, \infty$	
. Distances équivalentes	
. Normes	
3- FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	17
. dans \mathbb{R}^n	
. dans un espace vectoriel	
. dans un espace affine	
. limite	
. utilisation des fonctions coordonnées	
4- CONTINUITÉ DES FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	20
. Équivalence de plusieurs propriétés	
. Produit de fonctions continues	
. Fonctions bornées	
III - DÉRIVABILITÉ DES FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	25 à 42
1- DÉFINITION	25
. Cas particuliers d'un espace affine	
. Utilisation des fonctions coordonnées	
. Vecteur $u'(\theta)$, dérivée	
. Dérivée d'un vecteur unitaire	
. Tangente à une courbe	
. Vecteur vitesse	
2- THÉOREMES SUR LA DÉRIVATION	28
. Dérivation des fonctions composées	
. Formule de Taylor-Young	
. Vecteur rotation instantanée	
. Changement de paramétrage d'une courbe	
. Dérivation d'un produit	

. Vitesse d'un solide indéformable	
. Mouvement d'un point attiré par un point fixe	
3- DÉRIVÉES SUCCESSIVES - CLASSE D'UNE FONCTION	38
4- FORMULE D'APPROXIMATION DES FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION FINIE	38
. Pas de théorème de Rolle	
. Une jolie démonstration d'analyse	
. Inégalité des accroissements finis	
. $f'(t) = 0$ sur $[a, b] \Rightarrow f$ constante sur $[a, b]$	
. $\ \int_a^b f(t) dt \ \leq \int_a^b \ f(t) \ dt$	
. Formule de Taylor avec reste intégral	
. Formule de Taylor-Young	
. DLs	
IV - RÉSUMÉ DES RÉSULTATS A CONNAITRE	43 à 44
COURBES EN COORDONNÉES POLAIRES	45 à 90
V - LES COORDONNÉES POLAIRES ET QUELQUES EXEMPLES DE COURBES	45 à 54
1- COORDONNÉES POLAIRES	45
. Coordonnées	
. Symétriques d'un point par rapport à Ox	
. Relation avec les coordonnées cartésiennes	
2- ÉQUATION D'UNE COURBE EN COORDONNÉES POLAIRES	48
3- EXEMPLES	48
4- LES CONIQUES EN COORDONNÉES POLAIRES	49
. $\rho = \frac{p}{1 - e \cos \theta}$	
. Directrice relative à un foyer	
. Exemples de tracés	
VI - ÉTUDE DES COURBES DÉFINIES PAR UNE RELATION $\rho = f(\theta)$	55 à 65
1- REMARQUE	55
. les cames	
2- L'ÉTUDE DES VARIATIONS DE LA FONCTION f	57
. Ce qui nous intéresse, c'est le signe de ρ	
3- COMMENT TROUVER LA TANGENTE EN UN POINT	57
. autre que l'origine	
. à l'origine	
4- POSITION PAR RAPPORT A LA TANGENTE - POINTS D'INFLEXION	60
5- ÉTUDE DES BRANCHES INFINIES	63
. Recherche d'une asymptote	
. Position par rapport à l'asymptote	
6- BRANCHES SPIRALES	64
. Cercle asymptote	
. Point asymptote	

VII - SYMÉTRIES D'UNE COURBE EN POLAIRES	67 à 78
1- ÉTUDE PRATIQUE D'UNE COURBE EN POLAIRES DONNÉE PAR UNE ÉQUATION $\rho = f(\theta)$. Rotations, symétries, intervalle d'étude	67
2- PRINCIPES POUR LA RÉDUCTION DE L'INTERVALLE D'ÉTUDE D'UNE COURBE EN COORDONNÉES POLAIRES	69
3- EXEMPLES D'ÉTUDE DE COURBES EN POLAIRES AYANT BEAUCOUP DE SYMÉTRIES . Les points doubles	70
VIII - PRATIQUE DU TRACÉ DES COURBES EN POLAIRES	79 à 90
1- QUELQUES EXEMPLES . Strophoïde droite . Étapes du tracé	79
2- RÉSUMÉ	89
COURBES PARAMÉTRIQUES	91 à 148
IX - QU'EST-CE QU'UNE COURBE	91
1- INTRODUCTION	93
2- DÉFINITION D'UNE COURBE	95 à 114
X - ÉTUDE THÉORIQUE DES COURBES DANS \mathbb{R}^2	95
1- ÉTUDE DE LA COURBE AU VOISINAGE D'UNE VALEUR t_0 DU PARAMÈTRE . Existence d'une tangente . Point singulier, stationnaire, régulier . Tangente en un point singulier . Position par rapport à la tangente . Points d'inflexion de rebroussement . Point d'inflexion analytique . Utilisation des DLs . Étude du cas où la fonction a une limite finie quand t tend vers l'infini	109
2- ÉTUDE DES BRANCHES INFINIES . Définition . Courbe asymptote . Utilisation des DLs	115 à 127
XI - TRACÉ DES COURBES PLANES DÉFINIES PAR UNE ÉQUATION PARAMÉTRIQUE	115
1- QUE FAUT-IL RASSEMBLER COMME INFORMATIONS POUR FAIRE LE TRACÉ . Faire un tableau de variation . Chercher les points singuliers	120
2- QUELQUES EXEMPLES D'ÉTUDE ET DE TRACÉ	129 à 140
XII - ÉTUDE THÉORIQUE DES COURBES DANS \mathbb{R}^3	129
1- POSITION DE LA COURBE PAR RAPPORT A LA TANGENTE . Plan osculateur, équation . Équation de la tangente . Normale, binormale, normale principale	129

2- ÉTUDE DES ASYMPTOTES	137
. Direction asymptotique	
. Asymptote	
. Utilisation des DLs	
XIII - TRACÉ D'UNE COURBE GAUCHE	141 à 148
1- QUELQUES REMARQUES SUR LES PROJECTIONS	141
. Cylindre, équation	
2- REPRÉSENTATION D'UNE COURBE DE \mathbb{R}^3	143
. Equations des projections	
. Projection des tangentes et asymptotes	
FAMILLE DE COURBES DÉPENDANT D'UN PARAMÈTRE	149 à 172
XIV - DÉFINITION - EXEMPLES	149 à 158
1- INTRODUCTION	149
. Exemples variés	
. Equipotentiels, lignes de champs	
. Courbes de niveau	
2- EXEMPLES	153
. Projection orthogonales	
XV - TRACÉ D'UNE FAMILLE DE COURBES DÉFINIE PAR UNE RELATION $y = f(x, \lambda)$	159 à 165
1- PROBLÈME	159
. Résultats à rassembler	
. Méthode	
2- EXEMPLE D'ÉTUDE D'UNE FAMILLE DE COURBES	161
. Rôle du brouillon	
XVI - EXEMPLE D'ÉTUDE D'UNE FAMILLE DE COURBES DÉFINIES PAR DES ÉQUATIONS PARAMÉTRIQUES	166 à 172
ÉNONCÉ DES EXERCICES	173 à 178
1- EXERCICES SUR LES FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	173
2- EXERCICES SUR LES COURBES EN POLAIRES	175
3- EXERCICES SUR LES COURBES PARAMÉTRIQUES	176
4- EXERCICES SUR LES FAMILLES DE COURBES	178
CORRIGÉS DES EXERCICES	179 à 234
1- FONCTIONS A VALEURS DANS UN ESPACE DE DIMENSION n	179
2- COURBES EN POLAIRES	185
3- COURBES PARAMÉTRIQUES	197
4- FAMILLES DE COURBES	219
INDEX DÉTAILLÉ	235

