

TRADUIT
DU RUSSE

33

RECUEIL
DE PROBLÈMES
D'ALGÈBRE LINÉAIRE

H. IKRAMOV



ÉDITIONS DE MOSCOU

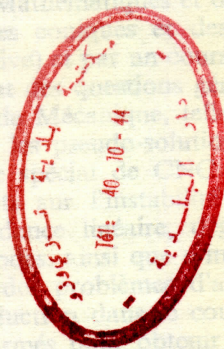
H. IKRAMOV

M 677

RECUEIL DE PROBLÈMES D'ALGÈBRE LINÉAIRE

sous la direction
de V. Voïévodine

Université "Mouïoud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T



N° d'Inventaire: i.781

N° de Côte:

ÉDITIONS MIR • MOSCOU

TABLE DES MATIÈRES

Préface	5
Chapitre premier. ESPACES VECTORIELS	9
§ 1.0. Terminologie et généralités	9
§ 1.1. Détermination de l'espace vectoriel	15
§ 1.2. Dépendance linéaire	17
§ 1.3. Enveloppes linéaires. Rang d'un système de vecteurs	19
§ 1.4. Base et dimension de l'espace	23
§ 1.5. Somme et intersection des sous-espaces	27
Chapitre 2. ESPACES EUCLIDIENS ET UNITAIRES	30
§ 2.0. Terminologie et généralités	30
§ 2.1. Détermination de l'espace euclidien	32
§ 2.2. Orthogonalité, base orthonormée, orthogonalisation	35
§ 2.3. Supplémentaire orthogonal, sommes orthogonales des sous-espaces	37
§ 2.4. Longueurs, angles, distances	41
§ 2.5. Espace unitaire	44
Chapitre 3. DÉTERMINANTS	48
§ 3.0. Terminologie et généralités	48
§ 3.1. Définition et propriétés élémentaires des déterminants	52
§ 3.2. Mineurs, cofacteurs et théorème de Laplace	59
§ 3.3. Déterminants et volume d'un parallélépipède dans un espace euclidien	66
§ 3.4. Calcul des déterminants par la méthode l'élimination	71
Chapitre 4. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES	79
§ 4.0. Terminologie et généralités	79
§ 4.1. Rang d'une matrice	81
§ 4.2. Plans dans un espace vectoriel	84
§ 4.3. Plans dans un espace euclidien	87
§ 4.4. Systèmes homogènes d'équations linéaires	90
§ 4.5. Systèmes non homogènes d'équations linéaires	96
Chapitre 5. OPÉRATEURS LINÉAIRES ET MATRICES	105
§ 5.0. Terminologie et généralités	105
§ 5.1. Définition de l'opérateur linéaire; image et noyau d'un opérateur	109
§ 5.2. Opérations linéaires sur les opérateurs	114

§ 5.3. Multiplication des opérateurs	116
§ 5.4. Opérations sur les matrices	120
§ 5.5. Matrice inverse	134
§ 5.6. Matrice d'un opérateur linéaire, passage à une autre base, matrices équivalentes et semblables	144
Chapitre 6. STRUCTURE DE L'OPÉRATEUR LINÉAIRE	150
§ 6.0. Terminologie et généralités	150
§ 6.1. Valeurs propres et vecteurs propres	151
§ 6.2. Polynôme caractéristique	154
§ 6.3. Sous-espaces invariants	160
§ 6.4. Sous-espaces principaux, forme de Jordan	165
Chapitre 7. OPÉRATEURS D'UN ESPACE UNITAIRE	177
§ 7.0. Terminologie et généralités	177
§ 7.1. Opérateur adjoint; matrice adjointe	181
§ 7.2. Opérateurs normaux et matrices normales	185
§ 7.3. Opérateurs et matrices unitaires	190
§ 7.4. Opérateurs et matrices hermitiens	194
§ 7.5. Opérateurs et matrices non négatifs et définis positifs	200
§ 7.6. Nombres singuliers et décomposition polaire	206
§ 7.7. Décomposition hermitienne	212
§ 7.8. Pseudo-solution et opérateur pseudo-inverse	214
§ 7.9. Formes quadratiques	219
Chapitre 8. PROBLÈMES MÉTRIQUES DANS UN ESPACE VECTORIEL ...	225
§ 8.0. Terminologie et généralités	225
§ 8.1. Espace vectoriel normé	228
§ 8.2. Normes d'opérateurs et de matrices	233
§ 8.3. Normes matricielles et systèmes d'équations linéaires	237
§ 8.4. Normes matricielles et valeurs propres	242
Indications	251
Réponses et solutions	264
Index	317

RECUEIL DE PROBLÈMES D'ALGÈBRE LINÉAIRE

L'ouvrage que nous présentons est prévu pour les étudiants de première année des Facultés de Mathématiques appliquées. Il se distingue surtout des ouvrages analogues par la structure des matières classiques qui a été sensiblement remaniée. La notion de l'espace vectoriel précède la théorie des déterminants et des systèmes d'équations linéaires) et par l'examen de certaines questions relatives au calcul numérique moderne : normes des matrices, nombre de conditionnement, pseudo-solutions (solutions irréalisables) des systèmes d'équations linéaires, etc. Le recueil est intimement lié à l'« Algèbre linéaire » de V. Voiévodine, qui est un cours d'algèbre linéaire et de géométrie analytique à l'usage des élèves des Facultés de Mathématiques appliquées. Ce cours, de même que le recueil, est construit de façon à réduire sensiblement le temps nécessaire pour le professer, tout gardant intacte la rigueur mathématique.