

COLLECTION M. DURRANDE

DES
ETUDES
A
L'INDUSTRIE

MATHEMATIQUES⁶
MODERNISEES

R. BOSSUT

Préface de P. PIGANIOL

FORMATION PERMANENTE DES INGÉNIEURS
ÉLÈVES DES GRANDES ÉCOLES
ÉTUDIANTS DE FACULTÉS : MGP-TMP-MMP
MÉCANIQUE GÉNÉRALE, MÉCANIQUE APPLIQUÉE

M47. 15

MATHÉMATIQUES MODERNISÉES

I.77 $\frac{1}{2}$

M 676

“ DES ÉTUDES A L'INDUSTRIE ”

Collection dirigée par M. DURRANDE
Agrégé de l'Université - Inspecteur Général de Mathématiques

Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T



MODERNISÉES

PRÉFACE DE P. PIGANIOL

Ancien délégué général à la Recherche Scientifique et Technique
Conseiller Scientifique de la Direction Générale à la Société Saint-Gobain

N° d'Inventaire: 77.1

N° de Côte: ~~113~~

Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

N° de Côte: 113

N° d'Inventaire: 77.1

TABLE DES MATIÈRES

Préface	VII
Avant-propos.....	XI
Introduction	XIII

PREMIÈRE PARTIE

ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES

	A — GÉNÉRALITÉS	3
1.1	Introduction	3
1.2	Quelques symboles	3
1.3	Définitions	4
1.4	Quelques ensembles classiques	6
	B — RELATIONS BINAIRES	7
1.5	Relations. Correspondance	7
1.6	Relations d'équivalence	8
1.7	Relations d'ordre.....	11
	C — GROUPES, ANNEAUX, CORPS	12
1.8	Opérations	12
1.9	Structure de groupe	14
1.10	Structure d'anneau	16
1.11	Structure de corps	16
1.12	Isomorphisme de structure	16
1.13	Produit de deux ensembles	17

D — ENSEMBLES DÉNOMBRABLES, PUISSANCE DU CONTINU		
1.14	Ensembles dénombrables	19
1.15	Puissance d'un ensemble	20
E — LE CORPS DES NOMBRES COMPLEXES		23
1.16	Nombres complexes, opérations	23
1.17	Classes de polynômes modulo x^2+1	26
F — INTRODUCTION A L'ÉTUDE DES ESPACES VECTORIELS		
1.18	Généralités	27
1.19	Définition	27
1.20	Exemples	29
G — FONCTIONS DE LA VARIABLE RÉELLE		31
1.21	Généralités	31
1.22	Ensembles linéaires	32
1.23	Théorèmes fondamentaux	35
1.24	Fonctions réelles de la variable réelle	35
1.25	Convergence uniforme. Fonctions étagées	37
H — ESPACES MÉTRIQUES		41
1.26	Distance	41
1.27	Espaces vectoriels normés	42
1.28	Espace vectoriel $E = R^n$	43
1.29	Espace vectoriel $E = C^n$	44
1.30	Espace vectoriel de fonctions	45
1.31	Distance sur un espace vectoriel	46
1.32	Définitions	47
1.33	Ensembles fermés	48
1.34	Limites. Continuité	49
1.35	Théorèmes fondamentaux. Ensembles compacts	50
1.36	Ensembles complets	51
1.37	Ensembles connexes. Courbes de Jordan	52
1.38	Conclusion	54
 DEUXIÈME PARTIE 		
ALGÈBRE LINÉAIRE		
A — INTRODUCTION		57
B — DÉTERMINANTS		58
2.1	Matrice carrée	58
2.2	Déterminant	59

2.3	Définitions	61
2.4	Développement d'un déterminant	61
2.5	Quelques propriétés	63
C — SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES		65
2.6	Généralités	65
2.7	Définitions	65
2.8	Système de Cramer	66
2.9	Déterminant principal	68
2.10	Etude d'un exemple	69
2.11	Discussion générale. Déterminants caractéristiques	71
2.12	Equations homogènes	72
D — MATRICES		74
2.13	Définitions	74
2.14	Groupe additif des matrices de même type	75
2.15	Espace vectoriel des matrices de même type	75
2.16	Produit de deux matrices	75
2.17	Propriétés du produit	78
2.18	Définitions. Transposée d'une matrice	81
E — MATRICES CARRÉES		83
2.19	Généralités	83
2.20	Définitions	83
2.21	Théorème	85
2.22	Matrice inverse d'une matrice régulière	86
2.23	Matrices unitaires	88
2.24	Matrices orthogonales	90
2.25	Anneau des matrices carrées d'ordre n	93
2.26	Fonctions d'une variable matricielle	93
2.27	Produit de deux déterminants	94
F — ESPACES VECTORIELS		
	Base d'un espace vectoriel	98
2.28	Axiomes de définition (révision) Conséquences	98
2.29	Sous-espace engendré par une partie de E	100
2.30	Somme de deux sous-espaces	101
2.31	Indépendance linéaire	102
2.32	Base d'un espace vectoriel	104
2.33	Base d'un espace de dimension finie	105
2.34	Théorème de la dimension	107
2.35	Changement de repère	111
2.36	Sous-espaces supplémentaires	114

G — ESPACES EUCLIDIENS ET ESPACES HERMITIQUES	
	Repères orthonormés 116
2.37	Espaces euclidiens 116
2.38	Repères orthonormés 118
2.39	Propriété des repères orthonormés 120
2.40	Espaces hermitiques 121
2.41	Repères cartésiens orthonormés 123
H — APPLICATIONS LINÉAIRES 126	
2.42	Définition 126
2.43	Noyau et image 128
2.44	Matrice d'une application linéaire 130
2.45	Espace vectoriel $\mathfrak{L}(E, E^*)$ 131
2.46	Composition de deux applications 132
2.47	Espace dual d'un espace vectoriel 133
2.48	Changement de repères. Matrices équivalentes 136
2.49	Réduction par équivalence 137
I — MATRICES SEMBLABLES - DIAGONALISATION 139	
2.50	Endomorphisme 139
2.51	Matrices semblables 139
2.52	Remarque sur le rôle des matrices carrées 140
2.53	Valeurs propres. Directions propres 142
2.54	Equation caractéristique $P(\lambda) = 0$ 143
2.55	Invariance du polynôme caractéristique 145
2.56	Recherche des directions propres 146
2.57	Cas d'une racine simple de $P(\lambda) = 0$ 147
2.58	Exemples 148
2.59	Diagonalisation d'une matrice carrée 152
2.60	L'équation caractéristique n'admet que des racines simples 153
2.61	L'équation caractéristique admet des racines multiples 155
2.62	Forme réduite de Jordan 157
2.63	Recherche d'un nouveau repère 158
2.64	Exemples 161
2.65	Matrices commutables particulières 169
2.66	Applications 171
2.67	Puissances d'une matrice diagonalisable 173
2.68	Théorème de Cayley 174
2.69	Séries de Neumann 176
J — MATRICES ET APPLICATIONS REMARQUABLES 177	
2.70	Rappel de définitions 177
2.71	Matrices orthogonales 178
2.72	Opérateur symétrique 180
2.73	Matrices unitaires 181
2.74	Opérateur hermitique 183

2.75	Réduction des matrices hermitiques	184
2.76	L'opérateur produit vectoriel	185

K — FORMES ASSOCIÉES A UNE MATRICE ... 188

2.77	Formes bilinéaires	188
2.78	Changement de repère	189
2.79	Cas des matrices carrées	191
2.80	Formes quadratiques	192
2.81	Réduction à une somme de carrés	194
2.82	Transformation simultanée de deux formes quadratiques.....	196
2.83	Formes hermitiques.....	200

L — ÉLÉMENTS DE CALCUL TENSORIEL TENSEURS CARTÉSIENS 201

2.84	Généralités	201
2.85	Tenseurs du premier ordre	202
2.86	Exemples de tenseurs covariants (premier ordre)	203
2.87	Tenseurs affines du second ordre	205
2.88	Notion de produit tensoriel	206
2.89	Coordonnées covariantes d'un vecteur	208
2.90	Relations entre les deux systèmes de coordonnées	210
2.91	Tenseurs symétriques et antisymétriques	212
2.92	Le tenseur fondamental	213
2.93	Le tenseur rotationnel	214
2.94	Notions d'algèbre tensorielle	216
2.95	Tenseurs cartésiens	218
2.96	Changement de repère pour un tenseur cartésien	220
2.97	Caractère tensoriel de certaines matrices	221
2.98	Repères orthonormés	225
2.99	Tenseurs cartésiens particuliers (second ordre)	225
2.100	Invariants d'un tenseur cartésien du second ordre	226
2.101	Vecteur axial d'un tenseur cartésien antisymétrique	228
2.102	Quelques opérateurs différentiels (repères cartésiens)	230
2.103	Deux théorèmes d'analyse vectorielle	234
2.104	Coordonnées curvilignes orthogonales	236

TROISIÈME PARTIE

QUELQUES APPLICATIONS (électricité, optique, mécanique)

A — INTRODUCTION 243

B — QUADRIPOLES LINÉAIRES (Régime permanent) 244

3.1	Généralités	244
3.2	Amplitude complexe	245

3.3	Notion d'impédance complexe	246
3.4	Matrice caractéristique d'un quadripôle.....	247
3.5	Matrices impédance, admittance et hybrides	248
3.6	Quelques quadripôles simples	251
3.7	Associations de quadripôles	253
3.8	Quelques exemples	255
3.9	Cas des quadripôles passifs	258
3.10	Quadripôle symétrique	259
3.11	Impédance itérative	260
3.12	Applications	264
C — SYSTÈMES DIOPTRIQUES CENTRÉS		267
3.13	Définitions. Optique de Gauss	267
3.14	Rappel des propriétés fondamentales	267
3.15	Matrice caractéristique d'un système centré	269
3.16	Association de systèmes centrés	270
3.17	Changement de repères pour un système centré	270
3.18	Expression du grandissement. Relation de conjugaison	272
3.19	Foyers et plans principaux. Déterminant de (Γ)	274
3.20	Origines dans les plans principaux	277
3.21	Origines aux foyers	279
3.22	Lentilles minces. Doublets.....	280
D — THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ		283
I — Généralités		283
II — Le tenseur des contraintes		284
3.23	Existence du tenseur des contraintes	284
3.24	Quadriques des contraintes de Cauchy	287
3.25	Ellipsoïde de Lamé. Cercles de Mohr	290
3.26	Déviateur des contraintes	293
3.27	Equations universelles de l'équilibre	293
III — Le tenseur de la déformation pure		296
3.28	Introduction	296
3.29	Allongement par unité de longueur	298
3.30	Tenseur de la déformation pure	302
3.31	Quadriques de déformation.....	304
3.32	Dilatation cubique.....	305
3.33	Déviateur de la déformation pure.....	306
IV — Relations - Contraintes - Déformations		307
3.34	Généralités	307
3.35	Coefficients de Lamé	308
3.36	Modules d'élasticité	310

	V — Critères de limite élastique	
	Cas de la poutre	311
3.37	Problème posé	311
3.38	Quelques critères	311
3.39	Exemples simples	312
3.40	La poutre	314
3.41	Les critères dans le cas de la poutre	315
3.42	Conclusions	318
	E — PETITS MOUVEMENTS	319
	Vibrations principales - Paramètres normaux	319
3.43	Généralités	319
3.44	Problème	320
3.45	Vibrations principales. Paramètres normaux	322
3.46	Solution du problème.....	325

Université "Nicolae CIUCEANU"
 Faculté des Sciences
 Bibliothèque Département T.C.T

TECHNIQUE & VULGARISATION

(Extrait du Catalogue)

RESISTANCE DES MATERIAUX, par P. DELLUS, Ingénieur général de l'Air. — Nouveau tirage 1964.

VII - 304 pages, 15,5 × 24 cm, 263 figures.

BETON ARME. Calcul pratique des ouvrages, application des règles BA 1960, par J. KHRAMOFF, Ingénieur Chef d'Etudes. Préface de J. BLEVOT, Délégué général adjoint du Bureau Sécurité, Professeur à l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures. — 1960.

VIII - 392 pages, 15,5 × 24 cm, 261 figures, nombreux tableaux, et supplément de 15 pages.

COMBUSTIBLES GAZEUX, Interchangeabilité des gaz. Applications domestiques par S. BELAKHOWSKY, Ingénieur thermicien I.T.S. - E.C.I. Préface de A. GUICHEMERRE, Président honoraire de l'Association des Ingénieurs de Chauffage et de Ventilation de France. — 1961.

VI - 242 pages, 15,5 × 24 cm, 140 figures, nombreux tableaux.

CHAUFFAGE ET VENTILATION DES LOCAUX, par S. BELAKHOWSKY, Ingénieur thermicien I.T.S. - E.C.I. Préface de J.-C. DAUFRESNE, Architecte des Bâtiments civils et des Palais nationaux, Architecte D.P.L.G. — 3^e édition 1965.

VIII - 352 pages, 15,5 × 24 cm, 250 figures et nombreux tableaux.

TOPOGRAPHIE. Théorie et Pratique, par Maurice-E. BARBIER, Ingénieur T.P.E. honoraire, Ex-Professeur à l'Ecole nationale supérieure de Mécanique de Nantes, avec la collaboration de G. TETARD, Ingénieur de l'Ecole supérieure des Géomètres et Topographes. — 4^e édition 1965.

VIII - 338 pages, 14 × 21 cm, 221 figures et nombreux tableaux.

L'AUTOMOBILE, par R. GUERBER, Préface de L. BLAIN, Ingénieur A. & M., Professeur à l'Ecole nationale d'Ingénieurs Arts & Métiers de Paris.

Tome I - Le Moteur. — 3^e édition 1965.

VIII - 676 pages, 13,5 × 21 cm, 615 figures, nombreux tableaux.

Tome II - Châssis - Carrosserie. — 1959.

VIII - 433 pages, 13,5 × 21 cm, 436 figures, nombreux tableaux.

Tome III - Transmission - Equipement électrique - Accessoires divers. — 1960.

X - 514 pages, 13,5 × 21 cm, 633 figures, nombreux tableaux.

MOTEUR DIESEL, par R. GUERBER - 1963.

VI - 257 pages, 14 × 22 cm, 258 figures et nombreux tableaux.

(COLLECTION DURRANDE)

MATHEMATIQUE, classes de seconde scientifique, par R. DUVAL, Professeur au L.T. Dorian, Paris et A. THUIZAT, Professeur à l'E.N.N.A., Paris - Anciens élèves de l'E.N.S.E.T.

Tome I : X - 482 pages, 15,5 × 24 cm, 315 figures.

Tome II : X - 422 pages, 15,5 × 24 cm, 282 figures.

GEOMETRIE DESCRIPTIVE, Tome I, par M. VOILQUIN, Agrégé Sciences mathématiques, Professeur au Lycée technique d'Eu. Nancy. — 1963.

VIII - 280 pages, 15,5 × 24 cm, 254 figures.

STATISTIQUE ET PROBABILITES, par J. LAMAT, ancien élève de l'E.N.S.E.T., Professeur au Lycée technique de garçons et à l'Ecole supérieure de Commerce de Lille. Préface de M. FRECHET, membre de l'Institut. — 1962.

VIII - 260 pages, 15,5 × 24 cm, 75 figures.

FORMULAIRE DE MECANIQUE, par M. SAINT-MARTIN, Chef des Travaux au Lycée technique du Havre. — 1962.

VI - 215 pages, 13,5 × 21 cm, nombreuses illustrations.

ELECTRICITE PRATIQUE, par J.-M. FOUCHET, Professeur au Lycée technique textile de Lyon. — 1962.

X - 266 pages, 15,5 × 24 cm, 258 figures.