

cahiers scientifiques FASCICULE XXXVI

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE GASTON JULIA

algèbre

2 | les grands théorèmes

S. Mac LANE G. BIRKHOFF

Traduit par J. WEIL

gauthier-villars

« CAHIERS SCIENTIFIQUES »

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE M. GASTON JULIA

FASCICULE XXXVI

M66/T2

ALGÈBRE

Tome II

BIBLIOTHÈQUE COMMUNALE
TIZI-OUZOU

Les grands théorèmes

Saunders MacLANE

Professeur de mathématiques
à l'Université de Chicago

Garrett BIRKHOFF

Professeur de mathématiques
pures et appliquées
à l'Université de Harvard

Traduit de l'américain par **J. WEIL**

Maître-assistant au C. S. U. de Perpignan

IDC

1429

1
/
1



gauthier-villars

TABLE DES MATIÈRES

	<i>Pages</i>
AVERTISSEMENT DU TRADUCTEUR.....	VII
LISTE DES SYMBOLES.....	XII
CHAPITRE X : <i>Similitude des matrices et groupes abéliens finis</i>	1
1. Modules noethériens.....	2
2. Modules cycliques.....	4
3. Modules de torsion.....	9
4. Forme canonique rationnelle des matrices.....	14
5. Modules primaires.....	18
6. Modules libres.....	24
7. Équivalence des matrices.....	27
8. Calcul des facteurs invariants.....	32
9. Modules projectifs et injectifs.....	36
10. Théorème de la base de Hilbert.....	39
11. Anneaux factoriels.....	40
CHAPITRE XI : <i>Formes quadratiques</i>	47
1. Formes bilinéaires.....	48
2. Matrices symétriques.....	51
3. Formes quadratiques.....	53
4. Formes quadratiques réelles.....	58
5. Produits scalaires.....	63
6. Bases orthonormales.....	67
7. Matrices orthogonales.....	73
8. Théorème de l'axe principal.....	78
9. Espaces hermitiens.....	83
10. Matrices normales.....	90
CHAPITRE XII : <i>Espaces affines et projectifs</i>	95
1. La droite affine.....	95
2. Espaces affines.....	99
3. Le groupe affine.....	107
4. Sous-espaces affines.....	114

	<i>Pages</i>
5. Fonctionnelles bilinéaires et quadratiques.....	116
6. Espaces euclidiens.....	126
7. Quadriques euclidiennes.....	131
8. Espaces projectifs.....	133
9. Quadriques projectives.....	139
10. Espaces affines et projectifs.....	140
CHAPITRE XIII : Structure des groupes.....	143
1. Théorème d'isomorphisme.....	144
2. Extensions de groupes.....	147
3. Sous-groupes caractéristiques.....	152
4. Classes de conjugués.....	154
5. Théorèmes de Sylow.....	158
6. Groupes nilpotents.....	162
7. Groupes résolubles.....	164
8. Théorème de Jordan-Hölder.....	166
9. Simplicité de A_n	169
CHAPITRE XIV : Treillis.....	173
1. Ensembles ordonnés : principe de dualité.....	173
2. Identités dans les treillis.....	177
3. Sous-treillis et produits de treillis.....	180
4. Treillis modulaires.....	183
5. Théorème de Jordan-Hölder-Dedekind.....	185
6. Treillis distributifs.....	188
7. Anneaux d'ensembles.....	190
8. Treillis de Boole; algèbres de Boole.....	193
9. Algèbres de Boole libres.....	196
CHAPITRE XV : Catégories et foncteurs adjoints.....	201
1. Ensembles et classes.....	201
2. Catégories.....	204
3. Foncteurs.....	210
4. Foncteurs contravariants.....	214
5. Transformations naturelles.....	216
6. Foncteurs représentables et éléments universels.....	222
7. Produits et égalisateurs.....	227
8. Foncteurs adjoints.....	231
CHAPITRE XVI : Algèbre multilinéaire.....	237
1. Produits tensoriels itérés.....	238
2. Espaces de tenseurs.....	240
3. Modules gradués.....	247

	<i>Pages</i>
4. Algèbres graduées.....	252
5. Algèbre tensorielle graduée.....	259
6. Algèbre extérieure d'un module.....	263
7. Déterminants et algèbre extérieure.....	268
8. Sous-espaces et algèbre extérieure.....	273
9. Dualité dans l'algèbre extérieure.....	278
10. Formes alternées et tenseurs antisymétriques.....	280
CHAPITRE XVII : <i>Théorie de Galois</i>	285
1. Extensions algébriques et transcendantes.....	285
2. Adjonction de racines.....	290
3. Degrés et extensions finies.....	293
4. Extensions algébriques itérées.....	296
5. Corps des racines d'une équation algébrique.....	301
6. Le groupe de Galois.....	303
7. Extensions séparables et inséparables.....	308
8. Propriétés du groupe de Galois.....	311
9. Sous-groupes et sous-corps.....	317
10. Corps finis.....	321
11. Insolubilité des équations du cinquième degré.....	324
BIBLIOGRAPHIE.....	329
INDEX.....	333

Cet ouvrage, qui a été l'objet de multiples éditions et de nombreuses traductions, est devenu un classique dans les universités du monde entier. Ses auteurs, Saunders MacLane, de l'Université de Chicago, et Garrett Birkhoff, de l'Université de Harvard, ont, grâce à leurs travaux et leurs publications, atteint une grande notoriété.

Dans le tome I, « structures fondamentales », les lecteurs trouveront l'exposé des notions essentielles concernant les catégories et les structures fondamentales : ensembles, entiers, groupes, anneaux, corps spéciaux, modules, espaces vectoriels, matrices, déterminants et produits tensoriels.

Le tome II, « les grands théorèmes », présente des développements plus avancés sur ces structures : similitude des matrices et groupes abéliens finis, formes quadratiques, espaces affines et projectifs, structure des groupes, treillis, catégories et foncteurs adjoints. Le chapitre sur la théorie de Galois a été spécialement rédigé par les auteurs pour l'édition française.

De très nombreux exercices, conséquence immédiate du cours qui les précède, complètent le texte.

Leurs solutions développées ont été rédigées, en édition originale, par une équipe d'auteurs français et publiées en trois fascicules :

1. Ensembles, groupes, anneaux, corps, par J. WEIL et J. HOCQUEMILLER, correspondant aux chapitres 1 à 5 du tome I.
2. Algèbre linéaire, par D. ALLOUCH, A. MÉZARD, J.-C. VAILLANT et J. WEIL, correspondant aux chapitres 6 à 9 du tome I.
3. Les grands théorèmes, par C. DELORME, C. LAVIT, A. MÉZARD et J. C. RAOULT, correspondant au tome II.

