

cahiers scientifiques

FASCICULE XX

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE GASTON JULIA

algèbre

1 | structures fondamentales

S. Mac LANE G. BIRKHOFF

Préface de J. DIEUDONNÉ

gauthiervillars

« CAHIERS SCIENTIFIQUES »
PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE M. GASTON JULIA

FASCICULE XXXV

ALGÈBRE

Tome I

Structures fondamentales

Saunders MacLANE

Professeur de mathématiques
à l'Université de Chicago

Garrett BIRKHOFF

Professeur de mathématiques
pures et appliquées
à l'Université de Harvard

Traduit de l'américain par J. WEIL

Maitre-assistant au C. S. U. de Perpignan

Préface de J. DIEUDONNÉ

Membre de l'Institut

NOUVEAU TIRAGE



gauthier-villars

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS.....	VII
PRÉFACE A L'ÉDITION FRANÇAISE.....	XIII
AVERTISSEMENT DU TRADUCTEUR.....	XV
LISTE DES SYMBOLES.....	XXI
CHAPITRE I : <i>Ensembles, fonctions et éléments universels</i>	1
1. Ensembles.....	2
2. Fonctions.....	5
3. Fonctions inverses.....	9
4. Couples.....	13
5. Ensembles fonctionnels.....	17
6. Opérations binaires.....	21
7. Ensembles-quotients.....	23
8. Éléments universels.....	28
9. Dualité.....	36
CHAPITRE II : <i>Les entiers</i>	41
1. Les entiers naturels.....	41
2. Addition et multiplication.....	44
3. Inégalités.....	47
4. Les entiers.....	50
5. Les entiers modulo n	56
6. Ensembles finis.....	61
7. Morphismes.....	64
8. Ordre partiel et treillis.....	68
9. Semi-groupes et monoïdes.....	70
10. Catégories concrètes.....	74
11. Récurrence.....	77

	<i>Pages</i>
CHAPITRE III : <i>Groupes</i>	81
1. Groupes et symétrie.....	81
2. Règles de calcul.....	86
3. Groupes cycliques.....	90
4. Sous-groupes.....	96
5. Relations de définition.....	100
6. Groupes symétriques et alternés.....	104
7. Groupes de transformations.....	111
8. Classes modulo un sous-groupe.....	116
9. Noyau et image.....	119
10. Groupes-quotients.....	123
11. La catégorie des groupes.....	129
CHAPITRE IV : <i>Anneaux</i>	135
1. Axiomes d'anneaux.....	135
2. Constructions d'anneaux.....	141
3. Anneaux-quotients.....	147
4. Anneaux d'intégrité et corps commutatifs.....	152
5. Le corps des quotients.....	155
6. Polynômes.....	158
7. Fonctions polynomiales.....	165
8. L'algorithme de la division.....	170
9. Anneaux principaux.....	174
10. Factorisation unique.....	176
11. Corps premiers.....	181
12. Algorithme d'Euclide.....	183
13. Anneaux-quotients commutatifs.....	185
CHAPITRE V : <i>Corps spéciaux</i>	191
1. Anneaux ordonnés.....	191
2. Le corps ordonné \mathbb{Q}	195
3. Équations algébriques.....	197
4. Convergence dans les corps ordonnés.....	200
5. Le corps des réels \mathbb{R}	202
6. Polynômes sur \mathbb{R}	206
7. Le plan complexe.....	208
8. Irréductibilité sur \mathbb{C} et \mathbb{R}	212
9. Corps quadratiques.....	215
CHAPITRE VI : <i>Modules</i>	219
1. Exemples de modules.....	219
2. Applications linéaires.....	223
3. Sous-modules.....	228

	<i>Pages</i>
4. Modules-quotients.....	232
5. Modules libres et modules fonctionnels.....	235
6. Biproducts.....	241
7. Modules duals.....	248
8. Bimodules.....	255
CHAPITRE VII : <i>Espaces vectoriels</i>	259
1. Bases.....	259
2. Dimension.....	265
3. Constructions de bases.....	269
4. Espaces vectoriels en dualité.....	275
5. Opérations élémentaires.....	281
6. Systèmes d'équations linéaires.....	290
7. Les quaternions.....	294
CHAPITRE VIII : <i>Matrices</i>	297
1. Matrices et modules libres.....	297
2. Matrices et biproducts.....	305
3. Matrice d'une application.....	311
4. Matrice d'un produit (de composition).....	316
5. Rang d'une matrice.....	320
6. Matrices inversibles.....	322
7. Changement de base.....	328
8. Vecteurs et valeurs propres.....	336
CHAPITRE IX : <i>Déterminants et produits tensoriels</i>	341
1. Fonctions multilinéaires et alternées.....	341
2. Déterminant d'une matrice.....	345
3. Cofacteurs et règle de Cramer.....	350
4. Déterminant d'une application.....	355
5. Polynôme caractéristique.....	359
6. Polynôme minimal.....	362
7. Applications bilinéaires universelles.....	368
8. Produit tensoriel.....	370
9. Suites exactes.....	377
10. Relations entre produits tensoriels et Hom.....	380
11. Extension de l'anneau des scalaires.....	382
12. Algèbres.....	386
BIBLIOGRAPHIE.....	391
INDEX.....	395

Cet ouvrage, qui a été l'objet de multiples éditions et de nombreuses traductions, est devenu un classique dans les universités du monde entier. Ses auteurs, Saunders MacLane, de l'Université de Chicago, et Garrett Birkhoff de l'Université de Harvard, ont, grâce à leurs travaux et leurs publications, atteint une grande notoriété.

Dans le tome I, «structures fondamentales», les lecteurs trouveront l'exposé des notions essentielles concernant les catégories et les structures fondamentales : ensembles, entiers, groupes, anneaux, corps spéciaux, modules, espaces vectoriels, matrices, déterminants et produits tensoriels.

Le tome II, «les grands théorèmes», présente des développements plus avancés sur ces structures : similitude des matrices et groupes abéliens finis, formes quadratiques, espaces affines et projectifs, structure des groupes, treillis, catégories et foncteurs adjoints. Le chapitre sur la théorie de Galois a été spécialement rédigé par les auteurs pour l'édition française.

De très nombreux exercices, conséquence immédiate du cours qui les précède, complètent le texte.

Leurs solutions développées ont été rédigées, en édition originale, par une équipe d'auteurs français et publiées en trois fascicules :

1. Ensembles, groupes, anneaux, corps, par J. WEIL et J. HOCQUEMILLER, correspondant aux chapitres 1 à 5 du tome I.
2. Algèbre linéaire, par D. ALLOUCH, A. MÉZARD, J.-C. VAILLANT et J. WEIL, correspondant aux chapitres 6 à 9 du tome I.
3. Les grands théorèmes, par C. DELORME, C. LAVIT, A. MÉZARD et J.-C. RAGULT, correspondant au tome II.



ISBN 2-04-001538-8



F143/B3 06