



ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

V. ARNOLD

TRADUIT
DU RUSSE

ellipses

M 663

V. ARNOLD

057434

③

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES



3^e édition



ÉDITIONS MIR
MOSCOU



TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	7
Chapitre 1. NOTIONS FONDAMENTALES	11
§ 1. Espaces des phases et flots	11
§ 2. Champs de vecteurs sur une droite	20
§ 3. Flots sur une droite	28
§ 4. Exemples de champs de vecteurs et de flots sur un plan	32
§ 5. Equations non autonomes	36
§ 6. Espace tangent	41
Chapitre 2. THÉORÈMES FONDAMENTAUX	55
§ 7. Champ de vecteurs au voisinage d'un point non singulier	55
§ 8. Applications au cas non autonome	63
§ 9. Applications aux équations d'ordre $n > 1$	66
§ 10. Orbites d'un système autonome	74
§ 11. Dérivée suivant la direction du champ de vecteurs et intégrales premières	77
§ 12. Système conservatif à un degré de liberté	84
Chapitre 3. SYSTÈMES LINÉAIRES	99
§ 13. Problèmes linéaires	99
§ 14. La fonction exponentielle	102
§ 15. Propriétés de l'exponentielle	108
§ 16. Déterminant de l'exponentielle	115
§ 17. Calcul de la matrice de l'exponentielle: cas des valeurs propres réelles et distinctes	119
§ 18. Complexification et réélification	122
§ 19. Equation linéaire dans un espace des phases complexe	126
§ 20. Complexification de l'équation linéaire réelle	131
§ 21. Classification des points singuliers des systèmes linéaires	140
§ 22. Classification topologique des points singuliers	144
§ 23. Stabilité des positions d'équilibre	155
§ 24. Cas des valeurs propres imaginaires pures	160
§ 25. Cas des valeurs propres multiples	166

§ 26. Sur les quasi-polynômes	175
§ 27. Equations linéaires non autonomes	186
§ 28. Equations linéaires à coefficients périodiques	197
§ 29. Variation des constantes	205
Chapitre 4. DÉMONSTRATIONS DES THÉOREMES FONDAMEN- TAUX	208
§ 30. Applications contractantes	208
§ 31. Démonstration des théorèmes d'existence et de dépendance continue par rapport aux conditions initiales	210
§ 32. Théorème de différentiabilité	219
Chapitre 5. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES SUR LES VARIÉTÉS	229
§ 33. Variétés différentiables	229
§ 34. Fibré tangent. Champs de vecteurs sur une variété.	238
§ 35. Flot défini par un champ de vecteurs	244
§ 36. Indices des points singuliers du champ de vecteurs	248
Programme d'examen	262
Exercices d'examen	263
Index	265

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

Cet ouvrage se distingue des manuels traditionnels d'équations différentielles de par la place plus importante qu'il réserve aux applications, notamment à la mécanique, et de par son exposé conçu dans un esprit plus géométrique. On y trouvera peu de calculs mais par contre beaucoup de notions inhabituelles pour un cours d'équations différentielles (flots, groupes à un paramètre, difféomorphismes, espaces tangents, fibrés vectoriels) et des exemples empruntés à la mécanique (systèmes conservatifs à un degré de liberté, théorie des petites oscillations, résonance paramétrique).

Le présent ouvrage s'adresse aux élèves de deuxième et troisième cycles des universités et des instituts, ayant un programme poussé en mathématiques. Nul doute qu'il constituera également un précieux instrument pour les spécialistes en mathématiques et en leurs applications.



9 782729 873608

www.editions-ellipses.fr