

45
LES COURS DE SERGE LANG

Structures algébriques

Mathématiques



InterEditions, Paris

M658

STRUCTURES ALGEBRIQUES

SERGE LANG
Yale University

Université Claude-Bernard
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

Texte français de

Jean-Marc Braemer
Denis Richard
Université Claude-Bernard, Lyon I



N° inv = 51 $\frac{1}{1}$
N° de cote = ~~51.1~~



InterEditions, Paris

Sommaire

CHAPITRE I

Les entiers

| | |
|---|---|
| 1. Terminologie ensembliste | 1 |
| 2. Propriétés fondamentales. | 2 |
| 3. Plus grand commun diviseur | 5 |
| 4. Unicité de la décomposition | 6 |
| 5. Relations d'équivalence et congruences | 8 |

CHAPITRE II

Groupes

| | |
|--|----|
| 1. Groupes et exemples de groupe | 11 |
| 2. Applications | 16 |
| 3. Homomorphismes. | 20 |
| 4. Classes d'équivalence et sous-groupes distingués. | 24 |
| 5. Groupes de permutations. | 30 |
| 6. Groupes cycliques. | 36 |

CHAPITRE III

Anneaux

| | |
|----------------------------------|----|
| 1. Anneaux. | 39 |
| 2. Idéaux. | 42 |
| 3. Homomorphismes | 44 |
| 4. Corps des fractions | 48 |

CHAPITRE IV

Polynômes

| | |
|--|----|
| 1. Algorithme d'Euclide | 53 |
| 2. Plus grand commun diviseur | 58 |
| 3. Unicité de la décomposition | 59 |
| 4. Décomposition en éléments simples | 64 |
| 5. Polynômes à coefficients entiers | 70 |
| 6. Eléments transcendants | 73 |
| 7. Polynômes à plusieurs variables. | 76 |

CHAPITRE V

Espaces vectoriels et modules

| | |
|---|----|
| 1. Espaces vectoriels et bases | 79 |
| 2. Dimension d'un espace vectoriel. | 85 |
| 3. Modules. | 86 |

CHAPITRE VI

Théorie des corps

| | |
|---|-----|
| 1. Extensions algébriques. | 94 |
| 2. Plongements | 97 |
| 3. Corps de dislocation. | 101 |
| 4. Théorème fondamental | 103 |
| 5. Extensions quadratiques et cubiques. | 105 |
| 6. Résolubilité par radicaux | 106 |
| 7. Extensions infinies | 109 |

CHAPITRE VII

Les nombres réels et les nombres complexes

| | |
|--|-----|
| 1. Anneaux ordonnés | 111 |
| 2. Préliminaires. | 114 |
| 3. Construction de nombres réels | 117 |
| 4. Développements décimaux | 124 |
| 5. Les nombres complexes | 127 |

CHAPITRE VIII

Ensembles

| | |
|--|-----|
| 1. Un peu de vocabulaire. | 131 |
| 2. Lemme de Zorn. | 134 |
| 3. Nombres cardinaux | 138 |
| 4. Ensembles bien ordonnés | 147 |
| 5. Démonstration du lemme de Zorn. | 149 |

Appendice

| | |
|-----------------------------------|-----|
| 1. Les entiers naturels | 154 |
| 2. Les entiers | 158 |
| 3. Ensembles infinis | 159 |

| | |
|-------------------------|-----|
| Index. | 161 |
|-------------------------|-----|

S'il arrive qu'un grand mathématicien ait des préoccupations pédagogiques, il est rare qu'il trouve le temps d'écrire une série d'ouvrages couvrant la quasi-totalité de la formation mathématique de base, c'est-à-dire prenant l'étudiant à la sortie du lycée pour le conduire au seuil de la recherche. C'est pourtant ce qu'a fait Serge Lang.

Contenu de *Structures algébriques*

Les entiers — Groupes — Anneaux — Polynômes — Espaces vectoriels et modules — Théorie des corps (extensions algébriques, plongements, corps de rupture, théorème de Galois, extensions quadratiques et cubiques, résolubilité par radicaux) — Nombres réels et nombres complexes — Ensembles (cardinaux, ensembles bien ordonnés, lemme de Zorn) — Appendices : les entiers naturels, les entiers relatifs, les ensembles infinis.

Structures algébriques est l'ouvrage de l'essentiel : les étudiants tant du premier que du second cycle et les enseignants du second degré trouveront là un des livres dont l'exposé est le plus rapide et le plus clair. La théorie des corps est au centre du livre, les notions que l'on ne peut ignorer sont amplement et clairement illustrées, enfin, au dernier chapitre, sont développés les fondements théoriques plus abstraits, non sans que le lecteur ait auparavant vu l'usage de notions telle que le lemme de Zorn.

Autres ouvrages de Serge Lang parus en français

Algèbre linéaire 1 Espaces vectoriels, matrices, déterminants

Algèbre linéaire 2 Opérateurs, théorie spectrale, algèbre multi-linéaire