

SCIENCES SUP

Rappels de cours, exercices et problèmes corrigés

Licence 3 • Master • CAPES • Agrégation

THÉORIE DES GROUPES

2^e édition

Jean Delcourt

DUNOD

35971 (2)

M 634



THÉORIE DES GROUPES

Jean Delcourt

Professeur agrégé à l'université
de Cergy-Pontoise

2^e édition

DUNOD

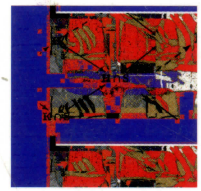
Table des matières

CHAPITRE 1 • GROUPES – GROUPES CYCLIQUES	1
1.1 Groupes, sous-groupes, ordre	1
1.2 Morphismes, sous-groupes normaux, groupes quotients	13
1.3 Problèmes	20
CHAPITRE 2 • EXEMPLES DE GROUPES	25
2.1 Groupes produits	25
2.2 Groupes libres, générateurs et relations	33
2.3 Quelques groupes finis	40
2.4 Groupes de permutations	46
2.5 Problèmes	56
CHAPITRE 3 • ACTIONS DE GROUPES - GROUPES DE SYLOW	59
3.1 Action d'un groupe sur un ensemble	59
3.2 Les théorèmes de Sylow	71
3.3 Produits semi-directs	85
3.4 D'autres groupes finis	97
3.5 Problèmes	106

CHAPITRE 4 • GROUPES COMMUTATIFS	111
4.1 Groupes commutatifs finis	111
4.2 Groupes commutatifs de type fini	121
4.3 Groupes divisibles	128
4.4 Problèmes	132
CHAPITRE 5 • GROUPE DÉRIVÉ, GROUPES NILPOTENTS, GROUPES RÉSOUBLES	135
5.1 Centre, groupe dérivé	135
5.2 Résolution de groupes	146
5.3 Groupes nilpotents, groupes résolubles	151
CHAPITRE 6 • PROBLÈMES SUPPLÉMENTAIRES	159
6.1 Les produits en couronne	159
6.2 Groupes polyédraux et binaires polyédraux	162
6.3 Transitivité, blocs, groupes primitifs	165
6.4 Sur les sous-groupes	167
6.5 Des groupes d'ordre 12	168
6.6 Un groupe d'ordre 168	168
6.7 Sous-groupes maximaux	169
SOLUTIONS DES PROBLÈMES	170
1.3.1 Sous-groupes caractéristiques, centre	170
1.3.2 Le groupe modulaire \mathcal{M}	171
2.5.1 Les sous-groupes d'un produit	174
2.5.2 Les groupes de Prüfer	175
3.5.1 Les groupes $\mathbf{GL}(n, \mathbb{K})$, $\mathbf{PGL}(n, \mathbb{K})$, $\mathbf{SL}(n, \mathbb{K})$, $\mathbf{PSL}(n, \mathbb{K})$	177
3.5.2 Produits semi-directs en géométrie	181
4.4.1 Groupes commutatifs définis par générateurs	186
6.1 Les produits en couronne	189
6.2 Groupes polyédraux et binaires polyédraux	193
6.3 Transitivité, blocs, groupes primitifs	203
6.4 Sur les sous-groupes	207
6.5 Des groupes d'ordre 12	208
6.6 Un groupe d'ordre 168	211
6.7 Sous-groupes maximaux	212

ANNEXES	215
I Table des notations	215
II Description des groupes ayant moins de 30 éléments	216
III Lexique	219
BIBLIOGRAPHIE	220
ADRESSES INTERNET	222
INDEX	223

Jean Delcourt



2^e édition

THÉORIE DES GROUPES

Rappels de cours, exercices et problèmes corrigés

Depuis leur introduction au XIX^e siècle par Évariste Galois, les groupes sont devenus incontournables en mathématiques, tant en algèbre qu'en analyse. La théorie des groupes est maintenant un domaine extrêmement vaste, avec de nombreuses spécialités faisant l'objet d'autant de recherches.

Cette deuxième édition révisée constitue un recueil d'exercices et de problèmes corrigés puis commentés, qui permet d'étudier, en plus des théorèmes de base, de nombreux et variés exemples de groupes, en insistant plus particulièrement sur les groupes finis. Mais c'est aussi un livre de « cours par les exercices », inspiré des méthodes anglo-saxonnes et russes, qui permet au lecteur, aidé par des rappels de cours, de démontrer lui-même de nombreux théorèmes à travers différents exemples.

Destiné aux étudiants en mathématiques de Licence 3 / Master 1, cet ouvrage sera également utile aux candidats à l'Agrégation et au Capes de mathématiques.

JEAN DELCOURT
est professeur agrégé
(ENS Saint-Cloud)
à l'université de
Cergy-Pontoise.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE



6494371

ISBN 978-2-10-050667-5



www.dunod.com

