

collection informatique dirigée par Jean-Charles Pomerol

# Théorie des graphes et applications

*avec exercices et problèmes*

Jean-Claude Fournier

hermes

Lavoisier

M632

ouvrage sous la direction de Jean-Charles Pomerol

---

36125  
②

# **Théorie des graphes et applications**

*avec exercices et problèmes*



Jean-Claude Fournier

**Hermes**  
**Science**  
— publications —

*Lavoisier*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>Chapitre 1. Généralités</b>	<b>13</b>
1.1. Origine de la notion de graphe . . . . .	13
1.2. Définition des graphes . . . . .	17
1.3. Sous-graphes . . . . .	21
1.4. Chaînes et cycles . . . . .	22
1.5. Degrés . . . . .	27
1.6. Connexité . . . . .	29
1.7. Graphes bipartis . . . . .	30
1.8. Aspects algorithmiques . . . . .	32
1.9. Exercices . . . . .	36
<b>Chapitre 2. Arbres</b>	<b>39</b>
2.1. Définitions et propriétés . . . . .	39
2.2. Arbres couvrants . . . . .	44
2.3. Problème de l'arbre couvrant minimum . . . . .	49
2.4. Connectivité . . . . .	54
2.5. Exercices . . . . .	62
<b>Chapitre 3. Colorations</b>	<b>67</b>
3.1. Problèmes de colorations . . . . .	67
3.2. Colorations d'arêtes . . . . .	67
3.3. Aspects algorithmiques . . . . .	69
3.4. Le problème de l'emploi du temps . . . . .	71
3.5. Exercices . . . . .	78

<b>Chapitre 4. Graphes orientés</b>	<b>81</b>
4.1. Définitions et généralités . . . . .	81
4.2. Graphes orientés sans circuits . . . . .	89
X 4.3. Arborescences . . . . .	91
4.4. Exercices . . . . .	95
<b>Chapitre 5. Recherche arborescente</b>	<b>97</b>
5.1. Parcours d'une arborescence . . . . .	97
5.2. Optimisation d'une suite de décisions . . . . .	103
5.3. Parcours d'un graphe orienté . . . . .	109
5.4. Exercices . . . . .	118
<b>Chapitre 6. Chemins optimaux</b>	<b>121</b>
6.1. Problèmes de distances et de plus courts chemins . . . . .	121
6.2. Graphes non valués, parcours en largeur . . . . .	123
6.3. Cas des graphes sans circuits . . . . .	128
6.4. Application à l'ordonnancement . . . . .	130
6.5. Cas des longueurs positives . . . . .	136
6.6. Autres cas . . . . .	144
6.7. Exercices . . . . .	146
<b>Chapitre 7. Couplages</b>	<b>151</b>
7.1. Couplages et chaînes alternées . . . . .	151
7.2. Couplages dans les graphes bipartis . . . . .	154
7.3. Problème de l'affectation . . . . .	158
7.4. Problème de l'affectation optimale . . . . .	164
7.5. Exercices . . . . .	174
<b>Chapitre 8. Flots</b>	<b>177</b>
8.1. Flots dans les réseaux de transport . . . . .	177
8.2. Théorème du flot maximum . . . . .	181
8.3. Algorithme du flot maximum . . . . .	185
8.4. Flots avec stocks et demandes . . . . .	193
8.5. Revisites de théorèmes . . . . .	196
8.6. Exercices . . . . .	200

<b>Chapitre 9. Tournées eulériennes</b>	<b>201</b>
9.1. Chaînes et cycles eulériens . . . . .	201
9.2. Algorithmes . . . . .	205
9.3. Problème du postier chinois . . . . .	210
9.4. Exercices . . . . .	217
<b>Chapitre 10. Tournées hamiltonniennes</b>	<b>219</b>
10.1. Cycles hamiltonniens . . . . .	219
10.2. Le problème du voyageur de commerce . . . . .	222
10.3. Approximation d'un problème difficile . . . . .	225
10.4. Approximation du PVC géographique . . . . .	227
10.5. Exercices . . . . .	239
<b>Chapitre 11. Représentations planes</b>	<b>241</b>
11.1. Graphes planaires . . . . .	241
11.2. Autres représentations des graphes . . . . .	247
11.3. Exercices . . . . .	249
<b>Chapitre 12. Problèmes commentés</b>	<b>251</b>
12.1. Problème 1 : une démonstration de $k$ -connexité . . . . .	251
12.2. Problème 2 : une application à la compilation . . . . .	253
12.3. Problème 3 : noyaux dans un graphe . . . . .	255
12.4. Problème 4 : couplage dans un graphe biparti régulier . . . . .	258
12.5. Problème 5 : théorème de Birkhoff-Von Neumann . . . . .	259
12.6. Problème 6 : couplages et pavages . . . . .	261
12.7. Problème 7 : exploitation d'une mine à ciel ouvert . . . . .	263
<b>Annexe 1. Expression des algorithmes</b>	<b>267</b>
<b>Annexe 2. Bases de la théorie de la complexité</b>	<b>273</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>285</b>
<b>Index</b>	<b>287</b>

Cet ouvrage, à la fois pédagogique et complet, présente l'étude des principaux aspects de la théorie des graphes et de ses applications, en particulier celles relevant de l'optimisation combinatoire.

Il expose ainsi en détail des sujets significatifs associés, tels que, par exemple, le problème de l'emploi du temps avec les colorations, l'affectation optimale avec les couplages, le « voyageur de commerce » avec les cycles hamiltoniens, etc.

Des exercices de tous niveaux accompagnent les chapitres, des problèmes généraux sont proposés à la fin. Deux annexes peuvent utilement aider le lecteur sur les algorithmes, en particulier pour une introduction au délicat sujet de la complexité algorithmique.

### *L'auteur*

Jean-Claude Fournier est professeur à l'université Paris 12 et membre de l'unité mixte de recherche combinatoire et optimisation de l'université Paris 6 et du CNRS. Ses recherches portent sur différents aspects de la théorie des graphes, de l'algorithmique des graphes et de la combinatoire en général.

**hermes**  
**Science**  
— publications —

[www.hermes-science.com](http://www.hermes-science.com)

ISBN 2-7462-1247-1

