

OBJECTIF
LICENCE

3^e année

Sous la direction de GUY AULIAC
GUY AULIAC - JEAN DELCOURT - RÉMY GOBLOT

MATHÉMATIQUES

Algèbre et géométrie

50% COURS
+ 50% EXOS
= 100%
EFFICACE

Compléments
sur le web

EdiScience

M6267T3/3

33544



MATHÉMATIQUES

Algèbre et géométrie

50 % Cours + 50 % exos

Sous la direction de
Guy Auliac

Professeur agrégé à l'université de Marne-la-Vallée

Jean Delcourt

Professeur agrégé à l'université de Cergy-Pontoise

Rémy Goblot

Professeur à l'université de Lille



Table des matières

AVANT-PROPOS	IX
CHAPITRE 1 • THÉORIE DES ENSEMBLES	
1.1 Ensembles, applications	1
1.2 Cardinal d'un ensemble	5
1.3 Ensembles ordonnés, bon ordre	8
1.4 Relation d'équivalence, ensembles quotients	11
1.5 Rappels d'arithmétique élémentaire	13
Exercices	14
CHAPITRE 2 • ANNEAUX ET CORPS	
2.1 Anneaux, sous-anneaux, idéaux	25
2.2 Divisibilité	36
2.3 Anneaux principaux, euclidiens et factoriels	39
Exercices	46
CHAPITRE 3 • POLYNÔMES	
3.1 L'anneau des polynômes $A[X]$	59
3.2 Polynômes irréductibles	62
3.3 Polynômes à plusieurs indéterminées	68
Exercices	72

CHAPITRE 4 • ALGÈBRE LINÉAIRE

4.1	Diagonalisation et trigonalisation	85
4.2	Décomposition de Dunford et réduction de Jordan	94
4.3	Réduction de Frobenius	102
	Exercices	108

CHAPITRE 5 • GROUPES

5.1	Sous-groupes, morphismes	119
5.2	Groupe quotient et groupe produit	123
5.3	Groupes commutatifs finis	126
5.4	Actions de groupes	130
5.5	Théorèmes de Sylow	134
	Exercices	136

CHAPITRE 6 • ALGÈBRE BILINÉAIRE

6.1	Formes bilinéaires	147
6.2	Formes bilinéaires symétriques et antisymétriques	150
6.3	Formes quadratiques	155
6.4	Espaces vectoriels euclidiens et hermitiens	159
6.5	Adjoints	164
	Exercices	169

CHAPITRE 7 • GROUPES CLASSIQUES

7.1	Les groupes linéaires et spécial linéaires	179
7.2	Le groupe orthogonal	183
7.3	La dimension deux	187
7.4	Décomposition des transformations orthogonales	193
	Exercices	194

CHAPITRE 8 • ESPACES AFFINES EUCLIDIENS

8.1	Notions affines	203
8.2	Géométrie euclidienne	222
	Exercices	233

CHAPITRE 9 • CALCULS BARYCENTRIQUES	243
9.1 Espace vectoriel des points pondérés	248
9.2 Application en géométrie plane	254
9.3 Application en géométrie du triangle	255
9.4 Fonction de Leibnitz	256
Exercices	
CHAPITRE 10 • TÉTRAÈDRES ET PARALLÉLÉPIPÈDES	267
10.1 Produit mixte, produit vectoriel	272
10.2 Applications à des configurations	277
Exercices	
CHAPITRE 11 • GÉOMÉTRIE DES CERCLES	283
11.1 Positions relatives de cercles et de droites	287
11.2 Puissance d'un point	292
11.3 Propriété angulaire du cercle	294
11.4 Faisceaux de cercles	296
11.5 L'espace des cercles du plan	304
11.6 Projection stéréographique	308
Exercices	
CHAPITRE 12 • CONIQUES	315
12.1 Coniques dans un plan affine	325
12.2 Coniques dans un plan affine euclidien	338
Exercices	
CHAPITRE 13 • NOMBRES COMPLEXES ET GÉOMÉTRIE	349
13.1 Le corps \mathbb{C} comme plan géométrique	351
13.2 Utilisation de \mathbb{C} en géométrie affine plane	355
13.3 La géométrie des cercles et \mathbb{C}	362
13.4 Groupe circulaire	367
Exercices	
INDEX	382
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	386