

**OBJECTIF
LICENCE**

3^e année

Sous la direction de GUY AULIAC
GUY AULIAC - CHRISTIANE COCOZZA-THIVENT
SOPHIE MERCIER - MICHEL ROUSSIGNOL

MATHÉMATIQUES

Intégration et probabilités

**50% COURS
+ 50% EXOS
= 100%
EFFICACE**

EdiScience

M626/T1/4



33540
③

MATHÉMATIQUES

Intégration et probabilités

50 % cours + 50 % exos

Sous la direction de
Guy Auliac

Guy Auliac
Christiane Coccoza-Thivent

Professeur à l'université de Marne-la-Vallée

Sophie Mercier

Maître de conférences

à l'université de Marne-la-Vallée

Michel Roussignol

Professeur à l'université de Marne-la-Vallée



Table des matières

Les astérisques indiquent les parties qui peuvent être omises sans perdre la cohérence d'ensemble.

AVANT-PROPOS	III
NOTATIONS ET TERMINOLOGIE	IX
CHAPITRE 1 • MESURE	
1.1 Tribu	2
1.2 Applications mesurables	4
1.3 Notion de mesure	7
EXERCICES	12
SOLUTIONS DES EXERCICES	18
CHAPITRE 2 • INTÉGRALE	
2.1 Intégration des fonctions réelles positives	33
2.2 Intégration des fonctions réelles quelconques	43
2.3 Intégration des fonctions complexes	48
EXERCICES	49
SOLUTIONS DES EXERCICES	53
CHAPITRE 3 • PROPRIÉTÉS DE L'INTÉGRALE	
3.1 Intégrale sur l'ensemble des nombres réels	63
3.2 Convergence dominée	70
3.3 Continuité et dérivation d'une fonction définie par une intégrale	73
3.4 Espace L^p	77
EXERCICES	83
SOLUTIONS DES EXERCICES	90
CHAPITRE 4 • INTÉGRALES MULTIPLES	
4.1 Mesure sur un espace produit	111
4.2 Intégrale sur un espace produit	113
4.3 Intégrale de Lebesgue sur \mathbb{R}^k	118
EXERCICES	121
SOLUTIONS DES EXERCICES	124

CHAPITRE 5 • CONVOLUTION ET TRANSFORMATION DE FOURIER	
5.1 Produit de convolution	133
5.2 Transformée de Fourier des mesures bornées	138
5.3 Transformée de Fourier des fonctions intégrables	145
EXERCICES	153
SOLUTIONS DES EXERCICES	158
CHAPITRE 6 • COMPLÉMENTS	
6.1 Convergence de mesures	173
6.2 Propriétés de densité (*)	182
EXERCICES	188
SOLUTIONS DES EXERCICES	191
CHAPITRE 7 • PROBABILITÉS	
7.1 Espace des épreuves	201
7.2 Notion de probabilité	204
7.3 Probabilité conditionnelle	210
7.4 Événements indépendants	214
EXERCICES	218
SOLUTIONS DES EXERCICES	224
CHAPITRE 8 • VARIABLES ALÉATOIRES RÉELLES	
8.1 Loi d'une variable aléatoire réelle. Loïs usuelles	237
8.2 Moments d'une variable aléatoire réelle	245
8.3 Fonction génératrice d'une variable aléatoire entière	252
8.4 Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle	253
8.5 Calculs de loïs	255
Tableau de loïs discrètes classiques	258
Tableau de loïs à densité classiques	259
EXERCICES	259
SOLUTIONS DES EXERCICES	266
CHAPITRE 9 • VECTEURS ALÉATOIRES	
9.1 Loi et moments d'un vecteur aléatoire	281
9.2 Vecteurs aléatoires indépendants	291
9.3 Fonction caractéristique	297
9.4 Somme de variables aléatoires indépendantes	300
9.5 Vecteurs gaussiens	303
9.6 Loïs conditionnelles (*)	307
9.7 Simulation de variables aléatoires (*)	312
EXERCICES	317
SOLUTIONS DES EXERCICES	326

CHAPITRE 10 • LOI DES GRANDS NOMBRES ET THÉORÈME DE LIMITE CENTRALE	
10.1 Convergence des variables aléatoires	359
10.2 Loi des grands nombres	363
10.3 Convergence en loi	368
10.4 Convergence vers la loi de Gauss	372
EXERCICES	374
SOLUTIONS DES EXERCICES	380
ANNEXES	395
BIBLIOGRAPHIE	401
INDEX	403

GUY AULIAC - CHRISTIANE COCOZZA-THIVENT
SOPHIE MERCIER - MICHEL ROUSSIGNOL

OBJECTIF
LICENCE

OBJECTIF
BIS/DUT

OBJECTIF
CONCOURS

MATHÉMATIQUES

Intégration et probabilités

Cours et exercices corrigés

Ce cours en trois tomes (*Intégration et probabilités*, *Algèbre et géométrie* et *Topologie et analyse*) est destiné aux étudiants en Licence 3 de mathématiques. Il fait suite au cours en quatre volumes de Elie Azoulay, Jean Avignant et Guy Auliac destiné aux étudiants en Licences 1 et 2.

Guy Auliac,
Christiane Cocozza-Thivent,
et Michel Roussignol
sont professeurs à l'université
de Mame-la-Vallée

Sophie Mercier
est maître de conférences
à l'université de Mame-la-Vallée

La compréhension du sujet est facilitée par de nombreux exemples. Afin d'aider l'étudiant à bien assimiler les notions, plus de 250 exercices et problèmes résolus sont proposés en complément au cours. Ces exercices sont aussi bien des applications immédiates du cours qu'un approfondissement et une synthèse des nouvelles notions abordées au niveau 3.

Mathématiques

L1	Tome 1	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
	Tome 2	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
L2	Tome 1	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
	Tome 2	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
L3	Intégration et probabilités	G. Auliac, Ch. Cocozza-Thivent, S. Mercier, M. Roussignol
	Algèbre et géométrie	G. Auliac, J. Delcourt, R. Goblot
	Topologie et analyse	G. Auliac, J.-Y. Caby



9 782100 483341

ISBN 2 10 048334 X

www.ediscience.net

