

François LIRET

Maths **en pratique**

À l'usage des étudiants

Cours et exercices

**Compléments
sur le web**

DUNOD

M624/1

33569
③

MATHS EN PRATIQUE

À l'usage des étudiants

Cours et exercices

François Liret

Maître de conférence
à l'université Paris 7 – Denis Diderot

DUNOD

Table des matières

Chapitre 1. Ensembles, nombres et fonctions

| | |
|---|----|
| 1. Langage et notations pour utiliser les ensembles | 1 |
| 2. Les nombres | 3 |
| 3. Les fonctions | 12 |
| Transformation et itération | 15 |
| Changement de référentiel | 24 |
| Groupes de transformations | 27 |
| Exercices | 30 |

Chapitre 2. Nombres complexes et polynômes

| | |
|--------------------------|----|
| 1. Les nombres complexes | 35 |
| 2. Fonctions polynômes | 43 |
| Exercices | 53 |

Chapitre 3. Dénombrement, permutations, graphes

| | |
|---|----|
| 1. Ensembles finis | 57 |
| Des dénombrements utiles | 60 |
| Probabilité binomiale et loi des grands nombres | 67 |
| Espérance et variance d'une variable aléatoire discrète | 69 |
| 2. Permutations | 70 |
| 3. Graphes | 78 |
| Arbre de recouvrement de poids minimal | 80 |
| Chemin de poids minimum d'un sommet à un autre | 83 |
| Le problème du flot maximum | 86 |
| Exercices | 96 |

Chapitre 4. Équations linéaires et vecteurs

| | |
|---|-----|
| 1. Vecteurs et combinaisons linéaires | 101 |
| 2. Résolution des équations linéaires | 107 |
| 3. Dimension d'un sous-espace vectoriel | 115 |
| 4. Un exemple d'application | 122 |
| Exercices | 125 |

Chapitre 5. Matrices et déterminants

| | |
|--|-----|
| 1. Matrices | 129 |
| Matrices et systèmes linéaires | 136 |
| Le groupe affine | 140 |
| Exemple d'application : un intégrateur numérique | 141 |
| 2. Déterminants | 144 |
| Polynôme caractéristique d'une matrice carrée | 151 |
| Applications des déterminants | 153 |
| Exercices | 156 |

Chapitre 6. Espaces vectoriels et applications linéaires

| | |
|------------------------------------|-----|
| 1. Espaces vectoriels | 161 |
| 2. Applications linéaires | 167 |
| 3. Diagonalisation | 173 |
| 4. Trigonalisation | 179 |
| 5. Applications | 182 |
| Étude d'itérations linéaires | 184 |
| Suite de transitions probabilistes | 188 |
| Itérations affines commandables | 190 |
| Exercices | 194 |

Chapitre 7. Espace hermitien, espace euclidien

| | |
|--|-----|
| 1. Produit hermitien et produit scalaire | 199 |
| Sous-espace orthogonaux et projections | 208 |
| Une application : la méthode des moindres carrés | 211 |
| 2. Matrices unitaires, matrices hermitiennes | 213 |
| 3. Géométrie euclidienne | 221 |
| 4. Application à l'analyse de données | 229 |
| Exercices | 236 |

× Chapitre 8. Des méthodes numériques

| | |
|---|-----|
| 1. Norme et conditionnement d'une matrice | 241 |
| × 2. Résolution d'équations linéaires | 246 |
| Factorisation LU | 246 |
| Méthode de relaxation | 248 |
| 3. Calcul de valeurs propres | 255 |
| Exercices | 258 |

Chapitre 9. Limites, dérivées, intégrales

| | |
|---|-----|
| 1. Rappels sur les limites | 261 |
| 2. Ordres de grandeur | 264 |
| 3. La dérivée | 271 |
| Comportement d'une fonction au voisinage d'un point | 273 |
| La différentielle | 278 |
| 4. Fonctions continues | 281 |
| 5. L'intégrale | 284 |
| Exercices | 292 |

Chapitre 10. Utilisation de la dérivée et de l'intégrale

| | |
|--|-----|
| 1. Étude des variations d'une fonction | 297 |
| × 2. Développements limités | 300 |
| × 3. Résolution d'équations par la méthode de Newton | 307 |
| 4. Courbes paramétrées | 310 |
| Tangente, longueur, courbure | 311 |
| 5. Calcul de primitives | 317 |
| 6. Intégrales généralisées | 323 |
| 7. Application aux probabilités | 328 |
| La loi normale | 331 |
| Exercices | 337 |

Chapitre 11. Interpolation, calcul numérique d'intégrales

| | |
|---|-----|
| 1. Interpolation polynomiale | 343 |
| × Les polynômes de Lagrange | 343 |
| Interpolation par des fonctions splines | 350 |
| 2. Calcul numérique d'intégrales | 354 |
| Exercices | 357 |

Chapitre 12. Fonctions de plusieurs variables

| | |
|--|-----|
| 1. Présentation | 359 |
| 2. Normes et distances dans \mathbb{R}^n | 360 |
| 3. Dérivées partielles | 362 |
| 4. Extremum local | 373 |
| Méthode du gradient | 376 |
| 5. Extremum sous contraintes | 377 |
| Une application statistique : le krigeage | 381 |
| 6. Intégrales à paramètre | 386 |
| 7. Linéarisation locale d'une transformation | 388 |
| Exercices | 392 |

Chapitre 13. Intégrales multiples

| | |
|---|-----|
| 1. Notion d'intégrale multiple et méthode de calcul | 397 |
| 2. Application aux probabilités | 406 |
| 3. Produit de convolution | 409 |
| Exercices | 411 |

Chapitre 14. Champ de vecteurs, formes différentielles

| | |
|----------------------|-----|
| 1. Champ de vecteurs | 415 |
| Champ de gradient | 416 |
| Rotationnel | 418 |
| Intégrale curviligne | 423 |
| 2. Formule de Stokes | 425 |
| Applications | 433 |
| Exercices | 437 |

Chapitre 15. Équations différentielles

| | |
|--|-----|
| 1. Équations différentielles du premier ordre | 440 |
| Équations différentielles linéaires | 443 |
| Équations différentielles à variables séparées | 446 |
| 2. Équations différentielles linéaires d'ordre 2 | 450 |
| 3. L'équation de Newton | 460 |
| 4. Introduction au calcul des variations | 466 |
| Exercices | 472 |

Chapitre 16. Systèmes différentiels

| | |
|---|-----|
| 1. Systèmes différentiels linéaires | 478 |
| 2. Système différentiel linéaire contrôlé | 494 |
| Commandabilité | 495 |
| Introduction au rétro-contrôle | 496 |
| 3. Systèmes différentiels généraux | 499 |
| Linéarisation autour d'un équilibre | 503 |
| Fonction de Liapounov | 507 |
| Systèmes hamiltoniens | 509 |
| 4. Dépendance par rapport à la condition initiale | 511 |
| 5. Un exemple de prévision en épidémiologie | 512 |
| 6. Étude du moteur électrique | 514 |
| 7. Une méthode de résolution numérique | 518 |
| Exercices | 521 |

Chapitre 17. Séries, séries entières, séries de Fourier

| | |
|--|-----|
| 1. Séries numériques | 527 |
| 2. Séries entières | 533 |
| Calculs de solutions d'équations différentielles | 541 |
| Un exemple de fonction génératrice | 547 |
| 3. Décomposition de Fourier | 548 |
| 4. Ondelettes de Haar | 562 |
| Application à la compression d'images | 567 |
| Exercices | 569 |

Annexes

| | |
|------------------------|-----|
| 1. Fonction de Gauss | 577 |
| 2. Fonctions de Bessel | 577 |
| 3. Analyse de données | 578 |

| | |
|------------------------|-----|
| Index d'Algèbre | 581 |
|------------------------|-----|

| | |
|------------------------|-----|
| Index d'Analyse | 585 |
|------------------------|-----|



François Liret

MATHS EN PRATIQUE

À l'usage des étudiants

Ce manuel propose un cours complet de mathématiques appliquées. Il est l'outil indispensable des étudiants.

Ne supposant aucun prérequis, l'ouvrage présente les méthodes de raisonnement et d'analyse mathématiques, les outils de calcul ainsi que de nombreux exemples de modélisation dans différents domaines (physique, biologie, économie...).

Organisé en deux parties, Algèbre et Analyse, le cours est complété par des applications concrètes corrigées.

Des exercices en fin de chapitre proposent par ailleurs au lecteur de mettre en pratique les techniques opératoires du cours. Leurs corrigés sont disponibles en ligne sur le site www.dunod.com.

FRANÇOIS LIRET
est maître de conférence
à l'université Paris 7 –
Denis Diderot.



ISBN 2 10 049629 8



www.dunod.com

