

L. CHAMBADAL J.L. OVAERT

**COURS DE
MATHÉMATIQUES**

2

analyse II



gauthier - villars

Lucien CHAMBADAL

Jean-Louis OVAERT

Anciens élèves de l'École Normale Supérieure
Agrégés de Mathématiques

M. 62

COURS DE MATHÉMATIQUES

ANALYSE II

$\frac{1}{1}$

العهد الوطني للتعليم العالي
في الهندسة المدنية
المكتبة
رقم الجرد M-162-5
رقم التسجيل 10855/2

GAUTHIER-VILLARS ÉDITEUR
55, quai des Grands-Augustins, Paris-6^e
1972



TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1. — Dérivation

1. Fonctions réglées	3
1. Applications en escalier	3
2. Applications continues par morceaux	5
3. Applications réglées	6
4. Applications quasi réglées	16
2. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point	21
1. Relations faibles : domination et similitude	21
2. Relations fortes : prépondérance et équivalence	25
3. Comparaison des fonctions logarithmes, puissances et exponentielles	33
4. Développements asymptotiques	37
3. Fonctions différentiables	47
1. Applications différentiables	47
2. Formes différentielles	51
3. Opérations sur les applications différentiables	54
4. Dérivées successives	65
4. Théorème des accroissements finis	72
1. Cas des fonctions numériques	72
2. Cas des fonctions à valeurs vectorielles	81
3. Limite d'une suite d'applications dérivables	89
4. Étude locale des applications dérivables	93
EXERCICES	97

CHAPITRE 2. — Primitivation

1. Primitives	148
1. Applications admettant une dérivée réglée	148
2. Primitives d'une application quasi réglée	153
3. Existence et unicité des primitives	158
4. Opérations sur les primitives	167
2. Dérivation des fonctions transcendantes élémentaires	176
1. Fonctions exponentielles	176
2. Variation des fonctions trigonométriques	183
3. Fonctions transcendantes élémentaires complexes	187

4. Polynômes trigonométriques	197
5. Dérivation des fonctions transcendantes élémentaires.	203
3. Procédés pratiques de calcul des primitives	210
1. Exponentielles polynômes.	210
2. Fonctions rationnelles.	213
3. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions exponentielles	218
4. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions circulaires.	218
5. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions hyperboliques	226
6. Exemples d'intégrales abéliennes	229
7. Utilisations de la primitivation par parties	234
4. Fonctions convexes	236
1. Définition des fonctions convexes	236
2. Fonctions convexes d'une variable réelle	242
3. Fonctions convexes d'une variable vectorielle	249
4. Inégalités de la moyenne	253
5. Inégalités de Hölder et de Minkowski	257
EXERCICES	265

CHAPITRE 3. — Intégration

A. <i>Intégration des applications bornées à support compact</i>	298
1. Définition de l'intégrale de Riemann	298
1. Intégration des applications en escalier	298
2. Intégration des fonctions à valeurs réelles positives	300
3. Intégration des applications à valeurs vectorielles	307
2. Opérations sur les applications intégrables	311
3. Exemples fondamentaux d'applications intégrables	322
1. Intégration des applications réglées	322
2. Approximation de la mesure de Lebesgue	325
4. Intégrale d'une forme différentielle	332
B. <i>Extensions de la notion d'intégrale.</i>	349
5. Fonctions positives intégrables sur un intervalle	349
6. Applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable	362
1. Applications essentiellement bornées	362
2. Applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable	364
3. Intégrale d'une application intégrable	367
7. Opérations sur les applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable	371
8. Suites d'applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable	394
9. Applications à variation bornée	405
10. Intégrales impropres	421
11. Intégration des relations de comparaison.	437
EXERCICES	453

CHAPITRE 4. — Séries

1. Séries	526
2. Séries convergentes	532
3. Séries de nombres réels positifs	543
4. Séries normalement convergentes, séries semi-convergentes	554
5. Familles sommables de nombres réels positifs.	562
6. Familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable	571
1. Familles bornées d'éléments d'un espace vectoriel normé	572
2. Familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable	574
3. Opérations sur les familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable.	579
4. Suites de familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable	596
7. Sommatation des relations de comparaison	603
EXERCICES	628
TABLEAU I : DÉRIVÉES USUELLES	665
TABLEAU II : PRIMITIVES USUELLES.	666
TABLEAU III : SÉRIES ENTIÈRES FORMELLES USUELLES.	668
BIBLIOGRAPHIE.	669
INDEX TERMINOLOGIQUE	671

Cet ouvrage couvre les programmes de mathématiques des classes préparatoires aux grandes écoles et ceux du premier cycle MP des universités.

Néanmoins, l'exposé ne se limite pas strictement à ces programmes. En effet, les auteurs ont tenu à donner une vue d'ensemble sur les sujets traités, sans pour autant négliger les résultats classiques. Ils ont ainsi voulu préparer les études ultérieures et favoriser la formation permanente, compte tenu du renouvellement constant de l'enseignement des sciences mathématiques.

Le texte comprend de nombreux exemples et contre-exemples; il est accompagné d'exercices très variés, allant des applications pratiques du cours à des compléments théoriques.

Le mode d'exposition adopté a été mis au point après une expérimentation pédagogique portant sur plusieurs années.

L. CHAMBADAL, né à Paris en 1935, ancien élève de l'École Normale Supérieure est professeur dans les classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques; il est auteur de nombreux manuels d'enseignement.

J.-L. OVAERT, né à Roubaix en 1934, ancien élève de l'École Normale Supérieure est chargé d'enseignement à la faculté des sciences de Nancy et professeur à l'école des mines de Nancy.