

*l'intégrale*

*Sous la direction de  
Christian Gautier  
André Warusfel*

*Bruno Caminade  
Hélène Fontaine  
Serge Nicolas*

# MATHÉMATIQUES

TOUT-EN-UN • ECS I<sup>re</sup> année

**NOUVELLE  
ÉDITION**

- ▶ Un cours complet
- ▶ De nombreux exercices et problèmes
- ▶ Toutes les solutions détaillées en fin d'ouvrage

**PRÉPAS  
COMMERCIALES**

DUNOD

M 596 / 4

33320

(3)

# Mathématiques

TOUT-EN-UN • ECS I<sup>re</sup> année



Cours et exercices corrigés

*Sous la direction de*

**Christian Gautier** et **André Warusfel**

**Bruno Caminade**

*Professeur au lycée militaire de Saint-Cyr-l'École*

**Hélène Fontaine**

*Professeur au lycée Saint-Just à Lyon*

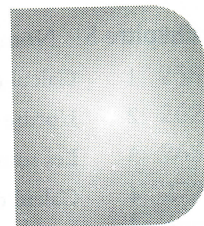
**Serge Nicolas**

*Professeur au lycée Henri IV à Paris*

**Prépas commerciales**  
**2<sup>e</sup> édition**

DUNOD

# Table des matières



Préface	xi
<b>1 Algèbre, Combinatoire et Informatique</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1</b> Raisonner, résoudre et rédiger	3
1 Théorie mathématique	3
2 Raisonner	5
3 Démontrer	6
4 Résoudre et rédiger	8
<b>Chapitre 2</b> Notion d'algorithme	12
1 Définition d'un algorithme	12
2 Structure d'un algorithme	14
3 Branchement procédural	23
4 Un exemple d'algorithme à instructions multiples	26
<b>Chapitre 3</b> Programmation	28
1 Les instructions au programme de la classe	29
2 Les variables en Pascal	35
3 La structure d'un programme Pascal	43
4 Les branchements procéduraux	45
5 En guise de conclusion	55
<b>Chapitre 4</b> Ensembles et applications	56
1 Ensembles et sous-ensembles	56
2 Applications	66

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Chapitre 5</b>	Nombres réels et calcul élémentaire	78
1	Calcul dans $\mathbb{R}$	78
2	L'ordre dans $\mathbb{R}$	90
3	Les sous-ensembles remarquables de $\mathbb{R}$	96
4	Calcul de sommes	104
<b>Chapitre 6</b>	Nombres complexes	117
1	Définitions, règles de calcul	117
2	Interprétation graphique, formules de trigonométrie	123
3	Équations dans $\mathbb{C}$	131
<b>Chapitre 7</b>	Polynômes réels ou complexes	141
1	Définitions	141
2	L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	152
3	Division, factorisation	156
4	Dérivation	162
5	Compléments	164
<b>Chapitre 8</b>	Cardinaux, dénombrement	171
1	Cardinaux	171
2	Applications entre ensembles finis	179
3	Coefficients binomiaux	181
4	Problèmes de dénombrement	189
<b>2</b>	<b>Algèbre linéaire</b>	<b>199</b>
<b>Chapitre 9</b>	Espaces vectoriels	201
1	Espaces, sous-espaces	201
2	Famille de vecteurs	209
3	Somme de sous-espaces	218
<b>Chapitre 10</b>	Applications linéaires	225
1	Premières propriétés	225
2	Image d'une famille de vecteurs	232
3	Projecteurs et symétries	234
<b>Chapitre 11</b>	Espaces vectoriels de dimension finie	242
1	Espaces de dimension finie	242
2	Sous-espaces d'un espace de dimension finie	246
3	Rang	251

<b>Chapitre 12</b>	Matrices	
1	Définitions	258
2	Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$	258
3	Produit de matrices	262
4	Matrices inversibles	265
5	Rang d'une matrice	272
6	Transposition	275
		277
<b>Chapitre 13</b>	Systèmes linéaires	
1	Opérations élémentaires sur les matrices	283
2	Résolution des systèmes linéaires	283
		289
<b>Chapitre 14</b>	Réduction	
1	Changement de bases	297
2	Réduction d'un endomorphisme	297
3	Réduction d'une matrice	301
4	Pratique de la réduction	304
5	Applications de la réduction	307
		310
<b>3</b>	<b>Analyse</b>	<b>319</b>
<b>Chapitre 15</b>	Suites et nombres réels	
1	Définitions	321
2	Convergence et divergence	321
3	Propriétés des limites	322
4	Suites adjacentes	326
5	Borne supérieure ou inférieure d'une partie de $\mathbb{R}$	331
6	Partie entière, approximation décimale	334
		338
<b>Chapitre 16</b>	Limites d'une fonction	
1	Définition, propriétés	343
2	Limites et opérations	343
3	Propriétés liées à l'ordre	349
4	Fonctions monotones et limites	356
		357
<b>Chapitre 17</b>	Exemples d'études de suites	
1	Suites récurrentes	363
2	Suites arithmético-géométriques	363
3	Suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$	366
4	Récurrentes linéaires d'ordre 2	366
		371

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Chapitre 18</b>	Relations de comparaison	378
1	Relations de comparaison entre suites	378
2	Relations de comparaison entre fonctions	382
<b>Chapitre 19</b>	Continuité sur un intervalle	394
1	Fonctions continues sur un intervalle	394
2	Théorème des valeurs intermédiaires	395
3	Image d'un segment par une fonction continue	396
4	Fonctions continues strictement monotones sur un intervalle	397
<b>Chapitre 20</b>	Dérivation	405
1	Dérivabilité en $x_0$	405
2	Calcul des dérivées	411
3	Théorème de Rolle et accroissements finis	416
4	Dérivation et sens de variation	420
5	Dérivées successives	422
6	Convexité	426
<b>Chapitre 21</b>	Intégration	438
1	Intégrale d'une fonction en escalier	438
2	Intégrale des fonctions continues et continues par morceaux	443
3	Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux	449
4	Sommes de Riemann	454
<b>Chapitre 22</b>	Primitives et intégrales	463
1	Primitives	463
2	Primitivation d'une fonction continue	465
3	Méthodes de calcul des intégrales des fonctions continues	470
<b>Chapitre 23</b>	Formules de Taylor	476
1	Formule de Taylor avec reste intégral	476
2	Formule de Taylor-Lagrange	478
3	Formule de Taylor-Young	480
<b>Chapitre 24</b>	Développements limités	486
1	Définitions, propriétés	486
2	Développements limités des fonctions usuelles	489
3	Opérations sur les développements limités	493
4	Applications des développements limités	498

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Chapitre 25</b>	Séries	507
1	Définitions, propriétés	507
2	Séries à termes positifs	512

Chapitre 17	869
Chapitre 18	876

Chapitre 22

Chapitre 23

Chapitre 24

Chapitre 25

Chapitre 26

Chapitre 27

Chapitre 28

Chapitre 29

Chapitre 30

Chapitre 31

Index

922
933
943
958
971
985
994
1004
1016
1026

en  
• l'i  
Mieu  
de le  
matio

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Chapitre 32</b>	Statistique descriptive	743
1	Populations et échantillons	743
2	Caractères	744
3	Séries statistiques	745
4	Représentations graphiques d'une série	751
5	Caractéristiques de position	758
6	Caractéristiques de dispersion	764
<b>Solution des exercices</b>		772
Chapitre 4		774
Chapitre 5		779
Chapitre 6		783

de quatre grandeurs  
• Algèbre, Combinatoire et Informatique  
• Analyse linéaire  
• Analyse  
• Probabilités Statistiques



6493019

ISBN 978-2-10-051190-7

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE



DUNOD

Sous la direction de Christian Gautier et André Warusfel  
Bruno Caminade • Hélène Fontaine • Serge Nicolas

# MATHÉMATIQUES

## TOUT-EN-UN • ECS 1<sup>re</sup> ANNÉE

### Cours et exercices corrigés

Cet ouvrage couvre en un seul volume la totalité des programmes de mathématiques de la 1<sup>re</sup> année des classes préparatoires économiques et commerciales. Il concerne principalement la filière scientifique, mais pourra être également utilisé avec profit par les élèves de la filière économique, ainsi que par les élèves des classes préparatoires BCPST et B/L.

**Dans cette 2<sup>e</sup> édition revue et corrigée, tous les corrigés des exercices sont présents en fin d'ouvrage.**

Conçu comme ouvrage de référence, ce livre propose à son lecteur une vision globale du cours dans le strict respect des programmes. Il se compose de 32 chapitres s'articulant autour de quatre grands thèmes :

- Algèbre, Combinatoire et Informatique
- Algèbre linéaire
- Analyse
- Probabilités, Statistique

De nombreux exercices et problèmes complètent le cours, ce qui permet au futur candidat de s'entraîner efficacement dans l'optique des concours.

CHRISTIAN GAUTIER  
ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, est professeur au lycée La Bruyère à Versailles.

ANDRÉ WARUSFEL  
ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de Mathématiques Spéciales au lycée Louis-le-Grand à Paris et Inspecteur général de mathématiques.



MATHÉMATIQUES



PHYSIQUE



CHIMIE



SCIENCES DE L'INGÉNIEUR



INFORMATIQUE



9 782100 511907

6493019

ISBN 978-2-10-051190-7

www.dunod.com

