

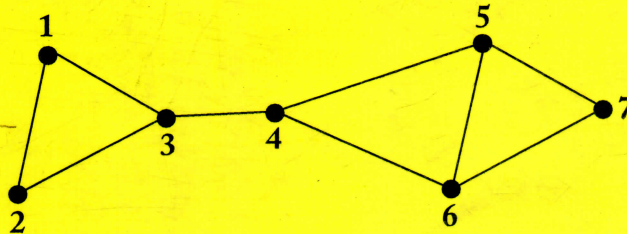
20874

les **Carnets**  
de **l'Ingénieur**

Djamel REBAINE

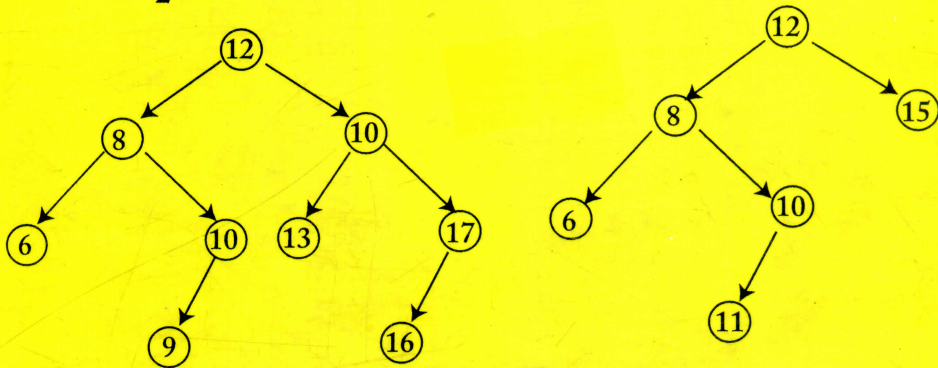
UNE INTRODUCTION  
A L'ANALYSE  
DES ALGORITHMES

1.  $\sum_{k=0}^n \frac{C_{m+k}^k}{2^k} = 2^n$   
 2.  $C_{n+1}^{\frac{1}{2}} = \frac{(-1)^n 2^{-2n-1}}{n+1} = C_{2n}^n$



$\sum_{i=0}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$   
 $F_{n-1} F_{n+1} = F_n^2 + (-1)^n$

$\sum_{k=1}^n \frac{H_k}{k(k-1)} = 2 - \frac{H_{n+1}}{n} - \frac{1}{n+1}$



$\sum_{k=1}^n \frac{H_k}{k+1} = (n+1) H_n^2 - (2n+1) H_n + 2n$ ; où  $H_n^2 = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^{k+1}} = H_{2n+1} - \frac{1}{2} H_n$

M58511

20874

**Djamel REBAINE**



1  
1

# **Une Introduction à l'analyse des algorithmes**

**ENAG / Editions**

# Table des matières

<b>1 PRÉLIMINAIRES</b>	<b>1</b>
1.1 Rappels de mathématiques	1
1.1.1 Ensembles et sous-ensembles	1
1.1.2 Relations	1
1.1.3 Fonctions	2
1.1.4 Matrices	4
1.1.5 Les espaces vectoriels	6
1.1.6 Equations différentielles	7
1.1.7 Calcul intégral	9
1.1.8 Suites et Séries	12
1.1.9 Estimation d'une série	25
1.1.10 Notions rapides sur la théorie des probabilités	28
1.2 Notions générales d'informatique	34
1.2.1 Notation algorithmique	34
1.2.2 Description générale d'un ordinateur	42
1.3 EXERCICES	44
<b>2 INTRODUCTION A LA COMPLEXITÉ DES ALGORITHMES</b>	<b>57</b>
2.1 Introduction	57
2.2 Exactitude de programmes	57
2.3 Simplicité de programmes	58
2.4 Convergence et stabilité de programmes	58
2.5 Efficacité de programmes	59
2.6 Nombre de processeurs	60
2.7 Comparaison d'algorithmes	61
2.7.1 Recherche d'un élément dans un tableau trié	61
2.7.2 Méthode expérimentale	64
2.7.3 Méthode mathématique	66
2.8 La notation $O$	73
2.8.1 Opérations sur la notation $O$	74
2.8.2 Complexité asymptotique et performance	76
2.8.3 Efficacité des algorithmes	77
2.8.4 Comparaison d'ordre de fonctions	78
2.8.5 Spectre des ordres de fonctions	79

2.8.6	Robustesse de la notion d'efficacité	79
2.9	Problème de la recherche séquentielle revisité	81
2.10	Règles de calcul de la complexité temporelle	85
2.11	EXERCICES	87
<b>3</b>	<b>RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS RÉCURRENTES</b>	<b>97</b>
3.1	Introduction	97
3.2	Résolution des équations récurrentes linéaires	98
3.2.1	Coefficients constants	98
3.2.2	Résolution des équations homogènes	99
3.2.3	Résolution des équations non-homogènes	106
3.2.4	Coefficients variables	112
3.3	Équations récurrentes non-linéaires	114
3.3.1	Méthode par transformation	115
3.3.2	Méthode par substitution	116
3.3.3	Résolution par changement de variables	117
3.3.4	Résolution par induction	119
3.3.5	Equations secondaires	122
3.3.6	Séries génératrices	124
3.3.7	Séries génératrices de probabilité	133
3.4	Applications des équations récurrentes	134
3.5	EXERCICES	139
<b>4</b>	<b>ANALYSE DES ALGORITHMES NON-RÉCURSIFS</b>	<b>143</b>
4.1	Introduction	143
4.2	Manipulation de matrices	143
4.2.1	Problème 1: Multiplication de deux matrices	143
4.2.2	Problème 2: Transposée d'une matrice	144
4.2.3	Problème 3: Le carré magique	146
4.3	Recherche de mots	149
4.4	La division entière	153
4.5	Les nombres premiers	153
4.6	Impression des chiffres d'un nombre	155
4.7	Calcul des éléments d'une suite	158
4.8	Racine carrée d'un nombre	159
4.9	Puissance d'un nombre	160
4.10	Calcul du PGCD de deux nombres entiers	161
4.11	Recherche d'un maximum	163
4.12	Recherche d'un élément dans un tableau trié	167
4.13	Recherche dans un arbre lexicographique	170
4.14	Problème de tri	174
4.14.1	Solution 1: Le tri par sélection	175
4.14.2	Solution 2: Le tri par insertion	176
4.14.3	Solution 3: Le tri de Shell (Shellsort)	178

# TABLE DES MATIÈRES

4.15	Méthode de hachage	182
4.16	EXERCICES	188
<b>5</b>	<b>ANALYSE DES ALGORITHMES RÉCURSIFS</b>	<b>199</b>
5.1	Introduction	199
5.2	Les nombres de Fibonacci	200
5.3	Recherche du maximum d'un tableau	202
5.4	Tours de Hanoi	204
5.5	Les permutations d'un ensemble	205
5.6	Produit de deux nombres entiers	207
5.7	Calcul d'éléments d'une suite récurrente	209
5.8	Recherche d'un élément dans un tableau trié	211
5.9	Nombre de combinaisons	212
5.10	Un autre problème de calcul d'éléments d'une suite	213
5.11	Puissance d'un nombre	214
5.12	Les arbres AVL	217
5.13	Produit d'une suite de matrices	219
5.14	Recherche du maximum et du minimum d'un tableau	222
5.15	Le tri par insertion	224
5.16	Le tri rapide	229
5.17	Recherche du $k^{\text{ème}}$ plus grand élément	233
5.18	Calcul du PGCD de deux nombres entiers	237
5.19	EXERCICES	241

## BIBLIOGRAPHIE

13  
43  
43  
43  
44  
46  
49  
53  
53  
55  
58  
59  
60  
61  
63  
67  
70  
74  
75  
76  
78