

Collection du Conservatoire National des Arts et Métiers
fondée par L. Ragey et publiée sous la direction de G. A. Boutry p. Guérin


MATHEMATIQUES

TOME 1

5^e édition

A. HOCQUENGHEM
P. JAFFARD
R. CHENON

éléments
de calcul
différentiel
et intégral

MASSON 

M582/T1

COLLECTION DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS.
FONDÉE PAR L. RAGEY
ET PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DE G. A. BOUTRY ET P. GUÉRIN

مكتبة
وادي قبيح الجامعة

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'Inventaire: A24/1

N° de Côte: ~~4005~~

MATHÉMATIQUES

~~4005~~



par

A. HOCQUENGHEM,
P. JAFFARD et R. CHENON

N° d'Entrée :
N° Inventaire :

CENTRE UNIVERSITAIRE DE TICHOUZOU
NUMÉRO
D'INVENTAIRE: 5826/2

TOME 1

ÉLÉMENTS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

A24/1

I 5826 1/2

N° DE COTE: ~~M 5826/2~~

CINQUIÈME ÉDITION RÉVISÉE ET COMPLÉTÉE

BIBLIOTHEQUE du Département
de Mathématiques
Inventaire :
COTE :

CENTRE UNIVERSITAIRE
DE TICHOUZOU
BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE

MASSON ET C^{ie} ÉDITEURS
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS-VI^e
1975

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
AVANT-PROPOS.	V
PRÉFACE DE LA PREMIÈRE ÉDITION.	VII
INTRODUCTION.	IX

LIVRE PREMIER

Calcul différentiel

RAPPELS. — <i>Ensembles, algèbre, géométrie analytique</i>	1
<p style="margin-left: 2em;">1. Ensembles (1); 2. Parties d'un ensemble (2); 3. Opérations sur les ensembles (3); 4. Produits d'ensembles (4); 5. Applications et fonctions (5); 6. Relations (8); 7. Loi de composition (11); 8. Groupes (16); 9. Anneaux (17); 10. Corps (19); 11. Loi de composition compatible avec une équivalence (20); 12. Vecteurs (22); 13. La droite réelle (24); 14. Le plan réel (26); 15. Normes, distances et angles (30); <i>Exercices</i> (35).</p>	
CHAPITRE PREMIER. — <i>Dénombrements</i>	42
<p style="margin-left: 2em;">1. Ensembles finis (42); 2. Ensembles dénombrables (47); <i>Exercices</i> (49).</p>	
CHAPITRE II. — <i>Nombres réels</i>	51
<p style="margin-left: 2em;">1. Propriétés algébriques (51); 2. Propriétés d'ordre (52); 3. Distances. Propriétés topologiques (53); 4. Suite de nombres réels. Limites (55); <i>Exercices</i> (57).</p>	
CHAPITRE III. — <i>Généralités sur les fonctions réelles d'une variable réelle (étude locale)</i>	59
<p style="margin-left: 2em;">1. Limite et continuité (59); 2. Limites infinies, limites à l'infini (61); 3. Théorèmes généraux (63); 4. Applications (66); <i>Exercices</i> (70).</p>	
CHAPITRE IV. — <i>Généralités sur les fonctions (étude globale)</i>	72
<p style="margin-left: 2em;">1. Continuité sur un intervalle (72); 2. Inversion d'une fonction (74); 3. Composition de fonctions (78); <i>Exercices</i> (80).</p>	
CHAPITRE V. — <i>Dérivées</i>	82
<p style="margin-left: 2em;">1. Définitions (82); 2. Signification géométrique (83); 3. Étude de quelques cas spéciaux (85); 4. Fonction dérivée (86); 5. Calcul des dérivées (87); 6. Dérivée d'une fonction réciproque (89); 7. Dérivée d'une fonction composée (90); 8. Différentielles (90); <i>Exercices</i> (92).</p>	

CHAPITRE VI. — *Le théorème de Rolle et ses applications.*

- 1. Le théorème de Rolle (94); 2. Formule des accroissements finis (96);
- 3. Variation des fonctions (96); 4. Discussion d'une équation (100);
- 5. Primitive d'une fonction (102); 6. Définition géométrique de la primitive (103); *Exercices* (106).

CHAPITRE VII. — *Logarithmes, exponentielles, puissances.* 107

- 1. Logarithme (107); 2. Exponentielle (109); 3. Puissance (111); 4. Exponentielles et logarithmes de base a (112); 5. Fonctions puissances (113);
- Exercices* (115).

CHAPITRE VIII. — *Fonctions trigonométriques, circulaires et hyperboliques.* 117

- 1. Définition des fonctions trigonométriques (117); 2. La fonction sinus (118);
- 3. La fonction cosinus et la fonction tangente (121); 4. Remarques sur les dérivées des fonctions trigonométriques (122); 5. Fonction Arc sinus (123); 6. Fonction Arc cosinus (124); 7. Fonction Arc tangente (125);
- 8. Fonctions hyperboliques (126); 9. Variations de $\text{sh } x$, $\text{ch } x$ et $\text{th } x$ (127);
- 10. Fonctions hyperboliques inverses (128); *Exercices* (130).

CHAPITRE IX. — *La formule de Taylor et ses conséquences.* 134

- 1. Formule de Taylor (134); 2. Application au calcul des valeurs d'une fonction (135); 3. Comportement d'une fonction près d'un point où la dérivée s'annule (136); 4. Développements limités (137); 5. Obtention de développements limités par la formule de Mac-Laurin (138); 6. Opérations sur les développements limités (141); 7. Relation entre les développements limités de f et de f' (141); 8. Développements limités d'une somme et d'un produit (143); 9. Développement limité d'un quotient (145);
- 10. Fonction de fonction (147); *Exercices* (149).

CHAPITRE X. — *Formes indéterminées.* 151

- 1. Définition (151); 2. Forme $\frac{0}{0}$ (151); 3. Forme $\frac{\infty}{\infty}$ (154); 4. Croissances comparées des fonctions puissances, exponentielle et logarithme (155);
- 5. Forme $0 \times \infty$ (157); 6. Forme $\infty - \infty$ (157); 7. Formes indéterminées α^0 , 0^α , 1^α (159); *Exercices* (160).

CHAPITRE XI. — *Courbes $y = f(x)$.* 162

- 1. Principes généraux (162); 2. Problèmes liés à la tangente (165); 3. Étude des branches infinies (168); *Exercices* (172).

LIVRE II

Éléments de calcul intégral

CHAPITRE XII. — *Nombres complexes.* 175

- 1. Le corps \mathbb{C} (175); 2. Représentations géométriques (178); 3. Translations et similitudes (182); 4. Formule de Moivre (182); *Exercices* (185).

CHAPITRE XIII. — <i>Polynômes</i>	187
<p>1. Fonctions polynômes (187); 2. Algorithme de division. Racines d'un polynôme (189); 3. Plus grand commun diviseur (192); 4. Polynôme dérivé. Racines multiples (193); 5. Division des polynômes suivant les puissances croissantes (195); 6. Procédé de sommation (198); <i>Exercices</i> (199).</p>	
CHAPITRE XIV. — <i>Équations algébriques</i>	201
<p>1. Racines d'un nombre complexe (201); 2. Équations algébriques (203); 3. Polynômes à coefficients réels (205); 4. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme (206); 5. Fonctions rationnelles symétriques des racines d'un polynôme (207); <i>Exercices</i> (209).</p>	
CHAPITRE XV. — <i>Fractions rationnelles et fonctions rationnelles</i>	211
<p>1. Fractions rationnelles (211); 2. Décomposition en éléments simples (215); 3. Fonctions rationnelles (221); <i>Exercices</i> (222).</p>	
CHAPITRE XVI. — <i>Fonctions à valeurs complexes</i>	223
<p>1. Fonctions complexes d'une variable complexe (223); 2. Fonctions complexes d'une variable réelle (224); 3. Fonction e^{ax} (225); 4. Exponentielle complexe (226); 5. Fonctions trigonométriques et fonctions hyperboliques (227); 6. Fonction logarithmique (230); <i>Exercices</i> (231).</p>	
CHAPITRE XVII. — <i>Intégrales définies</i>	233
<p>1. Définition de l'intégrale définie (233); 2. Propriétés générales de l'intégrale définie (238); 3. Valeur moyenne d'une fonction (240); 4. Dérivée d'une intégrale définie par rapport à sa borne supérieure (241); 5. Changement de variable dans une intégrale définie (242); 6. Intégration par parties (244); 7. Inégalité de Schwarz (247); 8. Formule de la moyenne (248); 9. Cas d'une fonction à valeurs complexes (249); <i>Exercices</i> (250).</p>	
CHAPITRE XVIII. — <i>Primitives simples</i>	252
<p>1. Primitives usuelles (252); 2. Changement de variable (254); 3. Intégration par parties (256); 4. Intégration des polynômes en $\sin x$ et $\cos x$ et des polynômes en $\operatorname{ch} x$ et $\operatorname{sh} x$ (257); 5. Intégration des polynômes en x et e^{ax} (259); <i>Exercices</i> (262).</p>	
CHAPITRE XIX. — <i>Primitives des fractions rationnelles</i>	263
<p>1. Primitive d'une fraction rationnelle (263); 2. Étude d'un cas particulier (266); 3. Fractions rationnelles en $\sin x$ et $\cos x$ (267); 4. Fractions rationnelles en e^x (270); <i>Exercices</i> (271).</p>	
CHAPITRE XX. — <i>Généralisation de la notion d'intégrale définie</i>	273
<p>1. Intégrales ayant une borne d'intégration définie (273); 2. Critères de convergence (274); 3. Cas d'une fonction de signe quelconque (277); 4. Intégrales ayant deux bornes infinies (279); 5. Intégrale d'une fonction discontinue (280); <i>Exercices</i> (284).</p>	

	Pages
CHAPITRE XXI. — <i>Équations différentielles du premier ordre</i>	287
1. Définitions (287); 2. Équations linéaires du premier ordre (288); 3. Équations à variables séparées (292); 4. Équations de Bernoulli (293); 5. Équations de Riccati (294); 6. Conditions initiales (295); <i>Exercices</i> (296).	
CHAPITRE XXII. — <i>Notions sur les équations différentielles d'ordre supérieur au premier</i>	297
1. Généralités sur les équations différentielles d'ordre supérieur à un (297); 2. Cas d'abaissement de l'ordre (297); 3. Équations linéaires (300); 4. Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants (305); <i>Exercices</i> (309).	
LIVRE III	
<i>Éléments de calculs géométriques</i>	
CHAPITRE XXIII. — <i>Géométrie analytique de l'espace</i>	313
1. Bases et repères (313); 2. Longueurs et angles (315); 3. Produit vectoriel (316); 4. Produit mixte (318); 5. Applications (320); <i>Exercices</i> (324).	
CHAPITRE XXIV. — <i>Dérivées partielles</i>	327
1. Fonctions de plusieurs variables (327); 2. Continuité (329); 3. Dérivées partielles (330); 4. Fonctions composées (333); 5. Formule des accroissements finis généralisés (335); 6. Extremum d'une fonction de deux variables (336); 7. Extremum d'une fonction de plusieurs variables (339); <i>Exercices</i> (340).	
CHAPITRE XXV. — <i>Différentielles</i>	342
1. Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables (342); 2. Changement de variables (345); <i>Exercices</i> (348).	
CHAPITRE XXVI. — <i>Calculs numériques</i>	349
1. Programme de calcul (349); 2. Incertitude absolue et relative sur la mesure d'une grandeur (349); 3. Incertitude due au processus de calcul (351); 4. Usage des tables (353); 5. Inversion de la table (355); 6. Calculs analogiques (357); <i>Exercices</i> (358).	
CHAPITRE XXVII. — <i>Résolution numérique des équations</i>	360
1. Méthodes graphiques (360); 2. Méthodes d'approximation (361); 3. Méthode d'interpolation de Lagrange (362); 4. Méthode de Newton (363); 5. Méthode générale d'itération (364); 6. Système de deux équations (368); <i>Exercices</i> (369).	
CHAPITRE XXVIII. — <i>Vecteurs variables</i>	370
1. Fonctions vectorielles d'une variable (370); 2. Dérivée d'un vecteur (370); 3. Calcul des dérivées (373); 4. Formule de Taylor (375); 5. Allure d'une courbe plane au voisinage d'un point (376); 6. Fonctions vectorielles de deux variables (380); 7. Plan tangent à une surface (381); 8. Plan osculateur à une courbe gauche (384); <i>Exercices</i> (387).	

	Pages
CHAPITRE XXIX. — <i>Construction des courbes paramétriques et polaires</i>	389
1. Principes généraux (389); 2. Points doubles (393); 3. Branches infinies (395); 4. Tracé d'une courbe en coordonnées polaires (397); 5. Points doubles. Branches infinies (399); <i>Exercices</i> (402).	
CHAPITRE XXX. — <i>Courbes d'équation $f(x, y) = 0$. Courbes algébriques. Intégrales abéliennes</i>	405
1. Fonctions implicites (405); 2. Principes généraux de construction (410); 3. Courbes algébriques (414); 4. Courbes du second degré (coniques) (416); 5. Intégrales abéliennes (421); 6. Remarques sur le paragraphe précédent (423); <i>Exercices</i> (426).	
CHAPITRE XXXI. — <i>Courbes définies géométriquement. Enveloppes</i>	430
1. Équations de courbes définies géométriquement (430); 2. Enveloppe d'une famille de courbes définies paramétriquement (435); 3. Enveloppe d'une famille de courbes définies implicitement (438); 4. Développées (442); <i>Exercices</i> (443).	
CHAPITRE XXXII. — <i>Intégrales multiples</i>	446
1. Intégrales doubles (446); 2. Calcul d'une intégrale double (449); 3. Intégrales triples (451); 4. Calcul d'une intégrale triple (453); 5. Application au calcul des volumes (456); 6. Intégrales n -uples (457); <i>Exercices</i> (458).	
CHAPITRE XXXIII. — <i>Applications géométriques des intégrales</i>	460
1. Calcul des aires (460); 2. Longueur d'un arc de courbe (461); 3. Abscisse curviligne (465); 4. Zone d'une surface de révolution (468); 5. Étude différentielle des courbes (470); <i>Exercices</i> (474).	
CHAPITRE XXXIV. — <i>Compléments sur les équations différentielles</i>	476
1. Équations différentielles (476); 2. Exemples de méthodes paramétriques (476); 3. Cas d'abaissement de l'ordre (483); 4. Familles de courbes à un paramètre (485); 5. Interprétation géométrique d'une équation différentielle du premier ordre (487); 6. Courbes définies par une propriété différentielle (489); 7. Trajectoires orthogonales d'une famille de courbes (490); <i>Exercices</i> (492).	
CHAPITRE XXXV. — <i>Résolution numérique approchée des équations différentielles</i>	494
1. Calcul numérique approché d'une intégrale définie (494); 2. Méthodes des rectangles (495); 3. Méthode des trapèzes (497); 4. Méthode de Simpson (498); 5. Exemple (499); 6. Calcul approché des dérivées (500); 7. Résolution approchée d'une équation différentielle du premier ordre par la méthode de Cauchy (501); 8. Méthodes de Runge-Kutta (503); <i>Exercices</i> (505).	
CHAPITRE XXXVI. — <i>Espaces vectoriels</i>	506
1. Les ensembles R^n (506), 2. Les espaces vectoriels R^n (506), 3. Espaces vectoriels réels (507); 4. Sous-espaces vectoriels (509); 5. Dépendance et indépendance linéaire (509); 6. Dimension. Bases (510); 7. Espaces vectoriels complexes (513); <i>Exercices</i> (514).	

	Pages
CHAPITRE XXXVII. — <i>Applications linéaires. Calcul matriciel.</i>	517
<p>1. Applications linéaires (517); 2. L'espace vectoriel $\mathcal{L}(E, F)$ (519); 3. Composition d'applications linéaires (519); 4. L'anneau $\mathcal{L}(E)$ (520); 5. Représentations matricielles (520); 6. L'espace vectoriel $M_K(p, n)$ (525); 7. L'anneau $M_K(n)$ (525); 8. Inversion d'une matrice (526); <i>Exercices</i> (528).</p>	
CHAPITRE XXXVIII. — <i>Espaces euclidiens</i>	532
<p>1. Espaces euclidiens (532); 2. Norme euclidienne. Orthogonalité (533); 3. Construction de bases orthogonales (535); 4. Bases orthonormées (536); 5. Projections orthogonales (537); <i>Exercices</i> (539).</p>	
CHAPITRE XXXIX. — <i>Changement de base.</i>	542
<p>1. Changement de base (542); 2. Les matrices d'une application linéaire (544); 3. Changement de bases orthonormées (546); <i>Exercices</i> (548).</p>	
<i>Index alphabétique des matières.</i>	551