

- Elie Azoulay - Jean Avignant - Guy Auliac -

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

2^e année • Tome 1



MIAS • MASS • SM

Cours + exos

3^e édition de
Mathématiques
Deug Sciences 3

Un cours pédagogique

Des exemples pour comprendre

181 exercices corrigés pour s'entraîner

Des résumés pour mémoriser ce qu'il faut savoir

EdiScience

M 570/TA

Université Mouloud MAMMERI
Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'Inventaire. 53088

4
4

Cours et exercices résolus

Tome 1

N° de Côte: 53088



2^e année

Élie Azoulay

Jean Avignant

Guy Auliac

3^e édition



TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1

Applications de \mathbb{R}^n vers \mathbb{R}^p

	1
A. Topologie des espaces vectoriels normés	1
1.1 Vocabulaire	1
1.2 Suite de \mathbb{R}^p	5
1.3 Parties ouvertes, parties fermées	8
1.4 Partie compactes de \mathbb{R}^p	10
1.5 Utilisation des suites en topologie	11
B. Limite. Continuité	12
1.1 Limite en un point	12
1.2 Applications coordonnées. Applications partielles	13
1.3 Continuité	15
1.4 Propriétés topologiques des applications continues	17
B. Fonctions différentiables	19
1.1 Dérivées partielles	19
1.2 Fonctions différentiables	23
1.3 Cas particuliers et matrice jacobienne	25
1.4 Composition	30
1.5 Formules de Taylor	33
1.6 Extremums	36
Résumé	39
Exercices	43
Corrigés	49

CHAPITRE 2

Intégrales généralisées

	67
A. Introduction et définition	67
2.1 Position du problème	67
2.2 Définitions	67
2.3 Cas où l'étude est élémentaire	68
2.4 Théorème préliminaire	69
B. Intégrales du type $\int_a^b f(x) dx$, $f(x) \rightarrow +\infty$ quand $x \rightarrow b^-$	70
2.1 Étude de la convergence par comparaison	70
2.2 Étude de la convergence par équivalence	71
2.3 Étude de l'intégrale $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}$, α réel donné	72
2.4 Règle de l'ordre. Règle de Riemann	72

C.	Intégrales du type $\int_a^{+\infty} f(x)dx$	74
2.1	Étude par comparaison.....	74
2.2	Étude par équivalence	74
2.3	Étude de l'intégrale $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$, $a > 0$, α réel donné.....	75
2.4	Règle de l'ordre. Règle de Riemann.....	75
2.5	Intégrales plusieurs fois impropres	76
D.	Intégrales absolument convergentes.....	77
	Résumé.....	79
	Exercices	80
	Corrigés.....	85

CHAPITRE 3

Intégrales multiples

105

3.1	Intégrale double.....	105
3.2	Interprétation géométrique	108
3.3	Propriétés de l'intégrale double	109
3.4	Changement de variable dans une intégrale double.....	112
3.5	Notion d'intégrale triple	115
3.6	Changement de variable dans une intégrale triple.....	117
	Résumé.....	120
	Exercices	121
	Corrigés.....	126

CHAPITRE 4

**Intégrales curvilignes. Intégrales de surface
Formules intégrales d'analyse vectorielle**

141

4.1	Formes différentielles	141
4.2	Intégrale curviligne.....	144
4.3	Intégration des formes exactes.....	146
4.4	Travail d'un vecteur. Notion de gradient.....	148
4.5	Opérateurs classiques	150
4.6	Opérateur $\vec{\nabla}$	152
4.7	Surface de l'espace	153
4.8	Intégrale de surface	158
4.9	Formule de Green-Riemann	159
4.10	Formule d'Ostrogradski.....	161
4.11	Formules intégrales d'analyse vectorielle	163
	Résumé.....	164
	Exercices	168
	Corrigés.....	173

CHAPITRE 5	
Séries numériques	
	195
A. Généralités.....	195
5.1 Définitions.....	195
5.2 Condition nécessaire de convergence d'une série.....	196
5.3 Critère de Cauchy.....	197
5.4 Opérations linéaires sur les séries.....	197
5.5 Importance des séries. Relations entre suites et séries.....	198
B. Étude des séries à termes positifs (ou séries positives).....	199
5.1 Propriétés d'associativité et de commutativité.....	199
5.2 Séries extraites d'une série positive convergente.....	200
5.3 Théorème de comparaison de deux séries positives.....	200
5.4 Règle de Cauchy.....	201
5.5 Règle de d'Alembert.....	202
5.6 Comparaison avec intégrale.....	205
5.7 Séries de Riemann. Règle de l'ordre.....	207
5.8 Règle « $n^\alpha u_n$ ».....	208
5.9 Séries de Bertrand.....	208
5.10 Règle de Duhamel.....	209
5.11 Constante d'Euler.....	210
5.12 Formule de Stirling.....	211
C. Séries à termes réels de signes quelconques.....	213
5.1 Convergence absolue. Semi-convergence.....	213
5.2 Séries alternées.....	213
5.3 Propriétés des séries absolument convergentes.....	215
5.4 Produits de séries.....	217
5.5 Théorème d'Abel.....	218
5.6 Procédé de sommation de Césaro.....	219
D. Séries complexes.....	220
E. Calcul approché de la somme d'une série réelle.....	221
Résumé.....	224
Exercices.....	228
Corrigés.....	234

CHAPITRE 6

Suites et séries de fonctions

259

A. Suites de fonctions.....	259
6.1 Convergence simple, convergence uniforme.....	259
6.2 Critère de convergence uniforme.....	262
6.3 Propriétés des suites de fonctions.....	263

B.	Séries de fonctions.....	266
6.1	Convergence normale.....	268
6.2	Propriétés des séries de fonctions.....	269
	<i>Résumé</i>	270
	<i>Exercices</i>	271
	<i>Corrigés</i>	274
 CHAPITRE 7 Séries entières et développement en série		
		289
A.	Généralités – Étude de la convergence.....	289
7.1	Définition et exemple.....	289
7.2	Étude de la convergence par la règle de d'Alembert.....	290
7.3	Théorème d'Abel. Étude générale de la convergence.....	293
B.	Opérations sur les séries entières.....	295
7.1	Opérations linéaires.....	295
7.2	Produit de deux séries entières.....	296
7.3	Convergence uniforme d'une série entière sur un disque $ z \leq \rho < R$. Continuité.....	296
7.4	Intégration. Dérivation.....	297
C.	Développement d'une fonction f en série entière.....	300
7.1	Introduction. Exemples.....	300
7.2	Unicité du développement lorsqu'il existe. Séries de MacLaurin et de Taylor.....	301
7.3	Méthodes pratiques de développement en série entière. Développements usuels.....	303
D.	Applications des séries entières.....	309
7.1	Calculs approché de valeurs numériques de certaines fonctions.....	310
7.2	Calcul d'intégrales définies ou indéfinies.....	310
7.3	Résolution de certaines équations différentielles.....	311
	<i>Résumé</i>	312
	<i>Exercices</i>	314
	<i>Corrigés</i>	318
	Brèves notices sur les mathématiciens	341
	Index	342

Elie AZOULAY – Jean AVIGNANT – Guy AULIAC

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

2^e année • Tome 1

MIAS • MASS • SM

Bien connu des étudiants comme des enseignants, ce cours en quatre tomes est destiné aux étudiants des deux premières années de licence scientifique. Les deux premiers volumes recouvrent l'enseignement généralement traité en première année, les deux derniers volumes, ceux de la deuxième année. Cette nouvelle édition revue et corrigée recouvre également l'essentiel du programme des classes préparatoires.

La compréhension du cours est facilitée par de nombreux exemples. Afin d'aider l'étudiant à bien assimiler les notions, de nombreux exercices et problèmes résolus sont proposés à la fin de chaque chapitre. Par ailleurs, un certain nombre de problèmes récapitulatifs assurent un approfondissement des concepts.

Cet ouvrage, qui a fait ses preuves, est le meilleur garant de réussite aux examens et aux concours.

Cours

Exos

Méthodes

Annales

Aide-mémoire

3^e édition



ISBN 2 10 006794 X

www.ediscience.net

