

- Elie Azoulay - Jean Avignant - Guy Auliac -

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

1^{re} année • Tome 2



MIAS • MASS • SM

Cours + exos

Un cours pédagogique

Des exemples pour comprendre

212 exercices corrigés pour s'entraîner

Des résumés pour mémoriser ce qu'il faut savoir

3^e édition de
Mathématiques
Deug Sciences 2

EdiScience

M5621T2

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

Cours et exercices résolus

Tome 2

057252

1^{re} année

3



Élie Azoulay

Jean Avignant

Guy Auliac

3^e édition



TABLE DES MATIÈRES



CHAPITRE 1

Intégration d'une fonction d'une variable

		1
1.1	Intégrale des fonctions en escalier	1
1.2	Intégrale de Riemann	4
1.3	Valeur moyenne d'une fonction intégrable sur un segment $[a, b]$	6
1.4	Propriétés générales de l'intégrale de Riemann	8
1.5	Théorème de la moyenne	11
1.6	Inégalité de Schwarz	12
1.7	Intégrale fonction de sa borne supérieure. Primitive	12
	Résumé	13
	Exercices	14
	Corrigés	16

CHAPITRE 2

Calcul des primitives et des intégrales définies

		23
A.	Principes généraux	23
2.1	Primitives usuelles immédiates	23
2.2	Intégration par décomposition en somme (linéarisation)	25
2.3	Intégration par parties	25
2.4	Changement de variable bijectif dans une intégrale	27
2.5	Second tableau de primitives usuelles	31
B.	Primitives des fractions rationnelles	33
2.1	Pratique de la décomposition en éléments simples	33
2.2	Intégration d'un élément simple de première espèce	35
2.3	Intégration d'un élément simple de seconde espèce	36
2.4	Exemples d'intégration de fractions rationnelles	38
C.	Primitives de fonctions trigonométriques ou hyperboliques	42
2.1	Forme $\int \sin^p x \cos^q x dx$, ou $\int \operatorname{sh}^p x \operatorname{ch}^q x dx$, avec p et q entiers relatifs	42
2.2	Intégrales de Wallis	43
2.3	Cas général	45

D.	Primitives de fonctions algébriques non rationnelles.....	47
E.	Calcul numérique approché d'une intégrale définie.....	51
2.1	Méthode des rectangles.....	51
2.2	Méthode des trapèzes.....	53
2.3	Méthode de Simpson.....	54
2.4	Méthode de Romberg.....	55
	Résumé.....	57
	Exercices.....	60
	Corrigés.....	65

CHAPITRE 3

Fonctions vectorielles d'une variable réelle
Courbes planes paramétrées

A.	Rappels de calcul vectoriel.....	85
B.	Fonctions vectorielles.....	87
3.1	Définitions.....	87
3.2	Continuité. Dérivation.....	87
3.3	Calcul des dérivées.....	89
3.4	Formule de Taylor-Young.....	89
C.	Courbes planes paramétrées.....	90
3.1	Étude locale théorique.....	90
3.2	Étude des branches infinies.....	94
3.3	Points doubles. Points multiples.....	96
3.4	Longueur d'un arc de courbe.....	96
3.5	Plan d'étude pratique d'une courbe plane paramétrée.....	99
3.6	Exemples d'études de courbes planes paramétrées.....	102
	Résumé.....	106
	Exercices.....	108
	Corrigés.....	111

CHAPITRE 4

Courbes planes en coordonnées polaires coniques

4.1	Définitions et généralités.....	13
4.2	Changement de coordonnées. Repère cartésien associé.....	13
4.3	Équations de quelques courbes simples.....	13
4.4	Tangente en un point à une courbe définie par $\rho = f(\theta)$	13

4.5	Points d'inflexion.....	140
4.6	Branches infinies.....	141
4.7	Points doubles. Points multiples.....	143
4.8	Longueur d'un arc de courbe.....	143
4.9	Plan d'étude d'une courbe définie par $\rho = f(\theta)$	144
4.10	Notions sur les coniques.....	145
4.11	Exemple : courbe d'équation $\rho = \frac{\cos \theta \cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{3\theta}{2}}$	151

Résumé.....	156
Exercices.....	158
Corrigés.....	159

CHAPITRE 5

Équations différentielles 167

A. Généralités.....	167
5.1 Définition. Terminologie usuelle.....	167
5.2 Courbes intégrales d'une équation différentielle.....	169
B. Équations du premier ordre $F(x, y, y') = 0$	169
5.1 Équations à variables séparées (ou « séparables »).....	169
5.2 Équations incomplètes.....	170
5.3 Équation homogène.....	171
5.4 Équation linéaire.....	173
5.5 Autres types classiques d'équations du premier ordre.....	177
5.6 Applications des équations du premier ordre.....	179
C. Équations du second ordre $F(x, y, y', y'') = 0$	183
5.1 Équations incomplètes.....	184
5.2 Équation linéaire du second ordre, sans second membre, à coefficients constants.....	185
5.3 Équation linéaire à coefficients constants. Cas général.....	189
5.4 Équation linéaire à coefficients constants, avec second membre « simple ».....	192
5.5 Applications des équations différentielles du second ordre.....	195
Résumé.....	199
Exercices.....	202
Corrigés.....	209

CHAPITRE 6

Espaces vectoriels. Applications linéaires. Matrices

		235
A.	Espaces vectoriels	235
6.1	Introduction	235
6.2	Définition d'un espace vectoriel	235
6.3	Exemples	236
6.4	Propriétés immédiates des opérations dans un espace vectoriel	236
6.5	Familles de vecteurs d'un espace vectoriel. Dépendance, indépendance	237
6.6	Sous-espaces vectoriels	238
6.7	Intersection de deux sous-espaces	239
6.8	Somme de sous-espaces. Somme directe. Sous-espaces supplémentaires	240
6.9	Générateurs d'un espace vectoriel. Base. Coordonnées	241
6.10	Dimension finie	243
6.11	Sous-espaces vectoriels en dimension finie. Rang d'un système de vecteurs	245
6.12	Espaces de dimension infinie	247
B.	Applications linéaires. Matrices	248
6.1	Définition	248
6.2	Noyau. Image	248
6.3	Application linéaire injective	249
6.4	Image d'une famille génératrice. Cas où E est de dimension finie	250
6.5	Cas où E et F sont de dimensions finies. Matrices associées à une application linéaire	252
6.6	Matrice nulle. Égalité. Transposition	255
6.7	Opérations linéaires sur les applications linéaires et les matrices	256
6.8	Composition des applications linéaires. Multiplication des matrices	257
C.	Endomorphismes. Algèbre des matrices carrées d'ordre n	261
6.1	Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Matrices carrées d'ordre n	261
6.2	Anneau de matrices carrées d'ordre n	263
6.3	Endomorphisme bijectif. Inverse d'une matrice carrée	264

6.4	Inversion d'une matrice par la méthode de Gauss	266
6.5	Changement de base. Matrices semblables	269
6.6	Projecteurs	272
D.	Notions sur la dualité	274
6.1	Forme linéaire	274
6.2	Espace dual d'un espace vectoriel. Base duale d'une base de E	275
6.3	Hyperplan vectoriel	276
	<i>Résumé</i>	277
	<i>Exercices</i>	281
	<i>Corrigés</i>	287

CHAPITRE 7

Déterminants. Systèmes d'équations linéaires 311

A.	Permutations d'un ensemble fini	311
7.1	Rappel	311
7.2	Transposition	312
7.3	Inversions d'une permutation. Parité. Signature	313
B.	Déterminants	314
7.1	Forme multilinéaire alternée	314
7.2	Expression d'une forme multilinéaire alternée dans une base de E	315
7.3	Définition d'un déterminant	316
7.4	Exemples. Déterminants d'ordre 2 et 3. Règle de Sarrus	317
7.5	Propriétés des déterminants	318
7.6	Développement d'un déterminant suivant une rangée	321
7.7	Calcul pratique d'un déterminant	323
7.8	Déterminant de Vandermonde	326
C.	Inversion d'une matrice. Systèmes d'équations linéaires	327
7.1	Inversion d'une matrice	327
7.2	Systèmes d'équations linéaires. Généralités	328
7.3	Système de Cramer	329
7.4	Rang d'un système linéaire	331
7.5	Cas général du système de n équations à p inconnues. Théorème de Fontené-Rouché	333
7.6	Système homogène	335

<i>Résumé</i>	336
<i>Exercices</i>	338
<i>Corrigés</i>	345
CHAPITRE 8	
Valeurs propres. Diagonalisation d'un endomorphisme	359
8.7 Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres	359
8.8 Recherche des valeurs propres en dimension finie. Polynôme caractéristique	360
8.9 Réduction d'un endomorphisme possédant n valeurs propres distinctes	362
8.10 Étude générale de la diagonalisation	364
8.11 Applications de la diagonalisation	367
<i>Résumé</i>	372
<i>Exercices</i>	373
<i>Corrigés</i>	377
Problèmes d'examen Licence Sciences 1^{re} année	397
Brèves notices sur les mathématiciens	427
Index	429

Elie AZOULAY – Jean AVIGNANT – Guy AULIAC

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

1^{re} année • Tome 2

MIAS • MASS • SM

Bien connu des étudiants comme des enseignants, ce cours en quatre tomes est destiné aux étudiants des deux premières années de licence scientifique. Les deux premiers volumes recouvrent l'enseignement généralement traité en première année, les deux derniers volumes, ceux de la deuxième année. Cette nouvelle édition revue et corrigée recouvre également l'essentiel du programme des classes préparatoires.

La compréhension du cours est facilitée par de nombreux exemples. Afin d'aider l'étudiant à bien assimiler les notions, de nombreux exercices et problèmes résolus sont proposés à la fin de chaque chapitre. Par ailleurs, un certain nombre de problèmes récapitulatifs assurent un approfondissement des concepts.

Cet ouvrage, qui a fait ses preuves, est le meilleur garant de réussite aux examens et aux concours.

Cours

Exos

Méthodes

Annales

Aide-mémoire

3^e édition

6464929

ECAMPUS MATHS LICENS



9 782100 495955

30

ISBN 2 10 006793 1

www.ediscience.net

