

**INFORMATIQUE
ET SYSTÈMES
D'INFORMATION**

Information - Commande - Communication

Graphes et applications 1

sous la direction de
Jean-Claude Fournier

hermes

Lavoisier

M560 / VOL.1



36428
②

Graphes et applications 1

sous la direction de
Jean-Claude Fournier

Hermès
Science
—publications—

Lavoisier

Table des matières

Chapitre 1. Bases et généralités

Jean-Claude Fournier et Jorge L. Ramírez Alfonsín	17
1.1. Origine de la notion de graphe	17
1.2. Notions de base (graphes non orientés)	18
1.2.1. Sous-graphes	21
1.2.2. Mineurs	22
1.2.3. Degrés	24
1.2.4. Chaînes et cycles	26
1.2.5. Distances, diamètre et maille	29
1.2.6. Cocycles	29
1.2.7. Connexité	30
1.2.8. Isthmes, points d'articulation et blocs	30
1.2.9. Cliques et stables	32
1.3. Classes particulières de graphes	32
1.3.1. Graphes complets	32
1.3.2. Graphes planaires	33
1.3.3. Graphes bipartis	33
1.4. Arbres et forêts	35
1.4.1. Définition et propriétés	35
1.4.2. Forêts	36
1.4.3. Caractérisations des arbres	37
1.4.4. Arbres couvrants d'un graphe	37
1.5. Graphes orientés	40
1.5.1. Définition	40
1.5.2. Sous-graphes	41
1.5.3. Degrés en orienté	42
1.5.4. Chemins et circuits	42
1.5.5. Cocircuits	44
1.5.6. Connexité et connexité forte	44
1.6. Classes particulières de graphes orientés	46

10 Graphes et applications 1

1.6.1.	Tournois	46
1.6.2.	Graphes orientés sans circuits	46
1.7.	Arborescences	47
1.7.1.	Définition et propriétés	48
1.7.2.	Caractérisations	48
1.7.3.	Sous-arborescences	50
1.7.4.	Forêts orientées	50
1.7.5.	Arborescences ordonnées	51
1.8.	Graphes valués	51
1.9.	Annexe : graphes planaires	51
1.9.1.	Généralités	51
1.9.2.	Dualité	54
1.9.3.	Formule d'Euler	55
1.9.4.	Le problème des quatre couleurs	59
1.9.5.	Nombre de croisements	61
	Bibliographie	63

Chapitre 2. Algorithmique des graphes

Jean-Claude Fournier	65	
2.1.	Représentation des graphes en machine	65
2.1.1.	Matrice d'adjacence	66
2.1.2.	Listes d'adjacence	67
2.1.3.	Liste des arêtes ou arcs	68
2.1.4.	Les graphes rencontrés dans les applications	69
2.2.	Algorithmique de base des graphes	70
2.2.1.	Expression des algorithmes	70
2.2.2.	Parcours en profondeur	70
2.2.3.	Parcours en largeur	78
2.3.	Complexité et problèmes difficiles	78
2.3.1.	Notion de complexité	80
2.3.2.	La classe P	82
2.3.3.	La classe NP	85
2.3.4.	Les problèmes NP -complets	87
2.3.5.	Classification des problèmes	88
2.3.6.	Autres approches des problèmes « difficiles »	90
	Bibliographie	91

Chapitre 3. Chemins optimaux et applications

Christian Prins	93	
3.1.	Introduction	93
3.2.	Principaux problèmes et algorithmes	94

3.2.1.	Problème de base – Notations et conventions	94
3.2.2.	Grands types d’algorithmes	95
3.2.3.	Variantes du problème de base	95
3.3.	Algorithmes à fixation de labels	96
3.3.1.	Algorithme de Dijkstra – Version de base	96
3.3.2.	Algorithme de Dijkstra – Version avec tas	99
3.4.	Algorithmes à ajustement de labels	104
3.4.1.	Structure générale	104
3.4.2.	Algorithme PAPS	105
3.4.3.	Algorithmes utilisant une pile-file	108
3.4.4.	Algorithme de Floyd	110
3.5.	<i>Algorithmes pour graphes particuliers</i>	111
3.5.1.	Graphes sans circuit	111
3.5.2.	Très grands graphes	113
3.5.3.	Graphes euclidiens	115
3.5.4.	Petits coûts entiers positifs	115
3.5.5.	Graphes planaires	118
3.6.	Comparaison des algorithmes	120
3.7.	Objectifs d’optimisation spéciaux	121
3.7.1.	Chemins de capacité ou de fiabilité maximales	121
3.7.2.	Calcul des k plus courts chemins	122
3.7.3.	Chemins de coût moyen minimal	123
3.7.4.	Plus courts chemins avec fenêtres temporelles	123
3.8.	Applications des chemins optimaux	124
3.8.1.	Généralités	124
3.8.2.	Application aux transports	125
3.8.3.	Application aux ordonnancements	127
	Bibliographie	132

Chapitre 4. Connexité et réseaux d’interconnexion

	Odile Favaron et Maryvonne Mahéo	135
4.1.	Définition de la connexité	135
4.1.1.	Graphes non orientés	135
4.1.2.	Graphes orientés	137
4.2.	Connectivité des graphes non orientés	137
4.2.1.	Définitions	137
4.2.2.	Théorèmes de Menger	139
4.3.	Connectivité et degrés dans les graphes simples	145
4.4.	Structure des graphes de connectivité 1, 2...	149
4.4.1.	Décomposition d’un graphe connexe en blocs	149

4.4.2.	Décomposition en oreilles des graphes 2-connexes	150
4.4.3.	Construction des graphes 3-connexes	151
4.4.4.	Construction des graphes k -arête-connexes	153
4.5.	Connectivité des graphes orientés	153
4.6.	Algorithmes sur les paramètres de connexité d'un graphe . . .	155
4.6.1.	Connexité et composantes connexes	155
4.6.2.	Points d'articulation et blocs	158
4.6.3.	Composantes fortement connexes des graphes orientés .	162
4.6.4.	Arête-connexité, k -connexité	169
4.7.	Réseaux d'interconnexion	169
4.7.1.	Paramètres de connexité	170
4.7.2.	Paramètres de distance	171
4.7.3.	Paramètres liés au plongement d'un réseau dans un autre	173
4.7.4.	Paramètres liés aux routages dans un réseau	175
	Bibliographie	177

Chapitre 5. Flots et couplages

	Mourad Baïou et Michel Balinski	183
5.1.	Flots	184
5.1.1.	Flot-max, coupe-min	185
5.1.2.	Algorithme d'étiquetage	186
5.1.3.	Applications	189
5.2.	Flots de coût minimum	191
5.2.1.	Applications	192
5.2.2.	Méthode du simplexe pour les réseaux	193
5.3.	Couplages	198
5.3.1.	Applications	199
5.3.2.	Problèmes de décision	201
5.3.3.	Couplage maximum	204
5.3.4.	Couplage de poids maximum	210
5.4.	Couplages stables	211
5.4.1.	Stabilité	212
5.4.2.	Algorithme de réduction	213
5.4.3.	Mécanismes de choix	216
5.4.4.	Couplage stable de poids maximum	218
	Bibliographie	221

Chapitre 6. Arbres et coupes de poids minimum

Monique Laurent	225
6.1. Introduction et définitions	225
6.2. Arbres de poids minimum	227
6.2.1. Le problème de l'arbre couvrant de poids minimum	227
6.2.2. Implémentation de l'algorithme de Dijkstra-Prim	230
6.2.3. Implémentation de l'algorithme de Kruskal	231
6.2.4. Extensions	232
6.2.5. Relations min-max	233
6.3. Arborescences de poids minimum	234
6.3.1. Arborescences	235
6.3.2. Le problème de l'arborescence de poids minimum	237
6.3.3. Extensions	240
6.3.4. Relations min-max	241
6.4. Coupes de poids minimum et connectivité	244
6.4.1. Connectivité dans les graphes orientés	244
6.4.2. Connectivité dans les graphes non orientés	247
6.4.3. Le problème de la coupe minimum dans un graphe non orienté	248
6.4.4. Coupes minimum séparant toutes les paires de sommets et arbres de Gomory-Hu	251
6.4.5. Coupes maximum dans un graphe non orienté	258
Bibliographie	259

Le traité Information, Commande, Communication répond au besoin de disposer d'un ensemble complet des connaissances et méthodes nécessaires à la maîtrise des systèmes technologiques.

Conçu volontairement dans un esprit d'échange disciplinaire, le traité IC2 est l'état de l'art dans les domaines suivants retenus par le comité scientifique :

- Réseaux et télécoms
- Traitement du signal et de l'image
- Information et science du vivant
- Informatique et systèmes d'information
- Systèmes automatisés et productique
- Management et gestion des STICS
- Cognition et traitement de l'information.

Chaque ouvrage présente aussi bien les aspects fondamentaux qu'expérimentaux. Une classification des différents articles contenus dans chacun, une bibliographie et un index détaillé orientent le lecteur vers ses points d'intérêt immédiats : celui-ci dispose ainsi d'un guide pour ses réflexions ou pour ses choix.

Les savoirs, théories et méthodes rassemblés dans chaque ouvrage ont été choisis pour leur pertinence dans l'avancée des connaissances ou pour la qualité des résultats obtenus dans le cas d'expérimentations réelles.