

MAATHS  
CAPES  
AGREG

collection CAPES / Agrégation

---

# COURBES ET SURFACES

Guy LAVILLE

---



M 537/1

CAPES / AGREG  
**MATHÉMATIQUES**

---

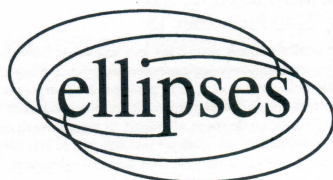
**COURBES  
ET  
SURFACES**



---

Guy LAVILLE  
Professeur à l'Université de Caen

25086  $\frac{1}{10}$



# Sommaire

<b>Chapitre I. RAPPELS DE GÉOMÉTRIE ET DE CALCUL DIFFÉRENTIEL . . . . .</b>	<b>11</b>
§1. Rappels de Géométrie . . . . .	11
§2. Rappels de Calcul Différentiel . . . . .	12
<b>Chapitre II. COURBES 2D (COURBES PLANES) - GÉNÉRALITÉS . . . . .</b>	<b>23</b>
§1. Courbe . . . . .	23
§2. Tangente et Normale . . . . .	25
§3. Repère Mobile (repère de Frenet) . . . . .	29
§4. Utilisation des Nombres Complexes . . . . .	44
§5. Equation intrinsèque . . . . .	46
§6. Cinématique et dynamique du point . . . . .	46
§7. Courbe non birégulière . . . . .	47
<b>Chapitre III. COURBES 2D (COURBES PLANES) - EXEMPLES ET APPLICATIONS 49</b>	<b>49</b>
§1. Droites . . . . .	49
§2. Cercles . . . . .	49
§3. Cissoïde . . . . .	50
§4. Anamorphose . . . . .	51
§5. Spirales . . . . .	51
§6. Courbes de poursuite . . . . .	54
§7. Ovals . . . . .	57
§8. Cycloïdes . . . . .	60
§9. Trajectoires isogonales . . . . .	63
§10. Enveloppe d'une famille de droites . . . . .	64
§11. Enveloppe d'une famille de courbes . . . . .	66
§12. Développées et Développantes . . . . .	72
§13. Caustiques . . . . .	75
§14. Détection des contours . . . . .	78
§15. Analyse numérique : Fonctions splines . . . . .	79
§16. Flexion des tiges et poutres . . . . .	80
§17. Equilibre des fils . . . . .	81
§18. Tracé des routes et des voies de chemin de fer . . . . .	83
<b>Chapitre IV. COURBES 3D (COURBES DANS L'ESPACE) - GÉNÉRALITÉS . . . . .</b>	<b>85</b>
§1. Courbe . . . . .	85
§2. Tangente, normale, binormale . . . . .	85
§3. Repère Mobile (Repère de Frenet) . . . . .	88
§4. Utilisation d'une Algèbre de Clifford . . . . .	97
§5. Equations intrinsèques . . . . .	99
§6. Courbe plane . . . . .	100
§7. Courbe donnée implicitement . . . . .	101

<b>Chapitre V. COURBES 3D (COURBES DANS L'ESPACE) - EXEMPLES ET APPLICATIONS . . . . .</b>	<b>103</b>
§1. Cinématique du point . . . . .	103
§2. Composition des mouvements . . . . .	105
§3. Mécanique Newtonienne . . . . .	110
§4. Calcul des variations . . . . .	111
§5. Optique géométrique . . . . .	112
<b>Chapitre VI. COURBES - ETUDE DANS DIFFÉRENTES GÉOMÉTRIES . . . . .</b>	<b>115</b>
§1. Les groupes et leurs invariants . . . . .	115
§2. ASO (2) . . . . .	119
§3. ASL (2) . . . . .	120
§4. ASIM <sup>+</sup> (2) . . . . .	126
§5. AGL <sup>+</sup> (2) . . . . .	130
§6. Groupes de Galilée et de Lorentz . . . . .	131
§7. Classification des Courbes Planes . . . . .	137
§8. Courbe dans un espace affine euclidien de dimension $n$ . . . . .	139
<b>Chapitre VII. COURBES 2D (COURBES PLANES) EN GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE PROJECTIVE . . . . .</b>	<b>141</b>
§1. Représentation plane d'objets de l'espace . . . . .	141
§2. Rappel : plan projectif . . . . .	143
§3. Courbe. Tangente à une courbe . . . . .	145
§4. Courbe en géométrie projective, utilisation d'équations différentielles . . . . .	146
§5. Courbes osculatrices et Repère mobile . . . . .	153
<b>Chapitre VIII. THÉORIE DES SURFACES DANS L'ESPACE 3D EN GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE . . . . .</b>	<b>157</b>
§1. Définition du plan tangent . . . . .	157
§2. Position d'une surface par rapport à son plan tangent . . . . .	160
§3. Fonction de Weingarten . . . . .	162
§4. Première et deuxième formes quadratiques fondamentales . . . . .	166
§5. Courbes tracées sur une surface . . . . .	174
§6. Formulaire . . . . .	183
<b>Chapitre IX. GÉOMÉTRIE INTRINSÈQUE DES SURFACES . . . . .</b>	<b>185</b>
§1. Introduction . . . . .	185
§2. Calcul intégral sur une surface . . . . .	187
§3. Géodésiques . . . . .	191
§4. Transport parallèle . . . . .	195
§5. Calcul différentiel sur une surface . . . . .	199

<b>Chapitre X. THÉORIE DES SURFACES : EXEMPLES ET APPLICATIONS . . . .</b>	<b>201</b>
§1. Le plan . . . . .	201
§2. La sphère . . . . .	203
§3. Surfaces réglées . . . . .	206
§4. Surfaces développables . . . . .	207
§5. Mouvement d'un point sur une surface . . . . .	211
§6. Fil tendu sur une surface . . . . .	212
§7. Particule chargée dans certains champs électromagnétiques . . . . .	212
§8. Mécanique des fluides : phénomènes superficiels . . . . .	218
§9. Optique : intensité lumineuse . . . . .	219
§10. Forme des galets . . . . .	220
<b>Chapitre XI. GÉOMÉTRIE . . . . .</b>	<b>221</b>
§1. Géométrie au sens d'Euclide . . . . .	221
§2. Géométrie au sens de F. Klein . . . . .	223
§3. Géométrie au sens de Gauss-Riemann . . . . .	224
§4. Géométrie au sens de E. Cartan . . . . .	224
§5. Une image de la géométrie hyperbolique: demi-plan de Poincaré . . . . .	225
§6. Autres images de la géométrie hyperbolique . . . . .	230
§7. Géométrie elliptique . . . . .	233
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>235</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>237</b>

*Cette collection regroupe des ouvrages variés dont le but est de compléter la formation scientifique des candidats aux concours d'Agrégation et de CAPES de Mathématiques, et éventuellement de leur donner une préparation spécifique à une épreuve ou un type d'épreuve.*

Cet ouvrage est un traité de géométrie différentielle qui complète les enseignements de licence et de maîtrise en vue des concours de CAPES et d'Agrégation.

Sa dimension culturelle en fait aussi un outil de formation continue pour les enseignants en exercice et une base de documentation pour les étudiants de classe préparatoire scientifique, notamment dans le cadre des TIPE.

---

**Guy Laville**, professeur à l'Université de Caen, a assuré très longtemps l'enseignement de la géométrie différentielle en maîtrise de mathématiques. Actuellement, il participe notamment à la préparation au CAPES et à l'Agrégation.



9 782729 818562

ISBN 2-7298-1856-1