

Licence SCIENCES  
(ex-DEUG)

# MATHS

*Toute la deuxième année !*

**nouvelle  
édition**

- ▶ 361 exercices corrigés
- ▶ rappels de cours
- ▶ trucs & astuces
- ▶ indications
- ▶ bibliographie

**Valérie COLLET**

ellipses

# MATHS

*Toute la deuxième année !*

- ▶ 361 exercices corrigés
- ▶ rappels de cours
- ▶ trucs & astuces
- ▶ indications
- ▶ bibliographie



Valérie COLLET

Agrégé de mathématiques  
au Centre universitaire Condorcet (Le Creusot)

25079  $\frac{5}{10}$



# Table des matières

<b>I</b>	<b>Énoncés</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>Réduction</b>	<b>11</b>
1.1	Recherche de valeurs propres . . . . .	11
1.2	Diagonalisation des endomorphismes . . . . .	13
1.3	Réduction . . . . .	15
1.4	Sous-espaces caractéristiques . . . . .	16
1.5	Décomposition spectrale . . . . .	18
1.6	Trucs & astuces . . . . .	19
1.7	Indications . . . . .	19
1.8	Bibliographie . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Formes bilinéaires et formes quadratiques</b>	<b>21</b>
2.1	Formes bilinéaires . . . . .	21
2.2	Sous-espaces orthogonaux . . . . .	24
2.3	Réduction de GAUSS . . . . .	24
2.4	Automorphismes orthogonaux . . . . .	26
2.5	Réduction simultanée de formes quadratiques . . . . .	26
2.6	Trucs & astuces . . . . .	27
2.7	Indications . . . . .	28
2.8	Bibliographie . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Espaces euclidiens</b>	<b>29</b>
3.1	Produit scalaire . . . . .	29
3.2	Bases orthogonales . . . . .	31

3.3	Isométrie de $\mathbf{R}^2$ et $\mathbf{R}^3$ . . . . .	33
3.4	Adjoint . . . . .	35
3.5	Trucs & astuces . . . . .	36
3.6	Indications . . . . .	37
3.7	Bibliographie . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Fonctions de plusieurs variables</b>	<b>39</b>
4.1	Topologie de $\mathbf{R}^n$ . . . . .	39
4.2	Limites-Continuité . . . . .	41
4.3	Dérivées partielles . . . . .	44
4.4	Trucs & astuces . . . . .	47
4.5	Indications . . . . .	47
4.6	Bibliographie . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Calcul différentiel</b>	<b>49</b>
5.1	Différentielle . . . . .	49
5.2	Changement de variable . . . . .	51
5.3	Dérivée directionnelle et plan tangent . . . . .	54
5.4	Formules de TAYLOR . . . . .	55
5.5	Fonctions implicites . . . . .	58
5.6	Analyse vectorielle . . . . .	60
5.7	Trucs & astuces . . . . .	65
5.8	Indications . . . . .	65
5.9	Bibliographie . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Intégrales généralisées</b>	<b>69</b>
6.1	Intégrales à paramètres . . . . .	69
6.2	Intégrales généralisées . . . . .	71
6.3	Intégrales généralisées à paramètres . . . . .	75
6.4	Trucs & astuces . . . . .	76
6.5	Indications . . . . .	76
6.6	Intégrales généralisées à paramètres . . . . .	77
6.7	Bibliographie . . . . .	77

<b>7</b>	<b>Séries numériques</b>	<b>79</b>
7.1	Définition et exemples . . . . .	79
7.2	Séries à termes positifs . . . . .	81
7.3	Séries à termes de signe quelconque . . . . .	83
7.4	Comparaison série-intégrale . . . . .	86
7.5	Trucs & astuces . . . . .	87
7.6	Indications . . . . .	88
7.7	Bibliographie . . . . .	89
<b>8</b>	<b>Intégrales multiples</b>	<b>91</b>
8.1	Intégrales curvilignes . . . . .	91
8.2	Intégrales doubles . . . . .	93
8.3	Intégrales triples . . . . .	96
8.4	Trucs & astuces . . . . .	97
8.5	Indications . . . . .	98
8.6	Bibliographie . . . . .	98
<b>9</b>	<b>Suites et séries de fonctions</b>	<b>99</b>
9.1	Suites de fonctions . . . . .	99
9.2	Séries de fonctions . . . . .	104
9.3	Trucs & astuces . . . . .	107
9.4	Indications . . . . .	108
9.5	Bibliographie . . . . .	108
<b>10</b>	<b>Séries entières</b>	<b>109</b>
10.1	Séries entières . . . . .	109
10.2	Développements en série entière . . . . .	112
10.3	Applications . . . . .	113
10.4	Séries de Fourier . . . . .	114
10.5	Trucs & astuces . . . . .	116
10.6	Indications . . . . .	116
10.7	Bibliographie . . . . .	117

<b>11 Systèmes différentiels linéaires</b>	<b>119</b>
11.1 Équations différentielles du premier ordre . . . . .	119
11.2 Systèmes différentiels linéaires . . . . .	121
11.3 Équations linéaires du second ordre . . . . .	123
11.4 Indications . . . . .	124
11.5 Bibliographie . . . . .	124
<b>II Corrigés</b>	<b>125</b>
<b>1 Réduction</b>	<b>127</b>
1.1 Recherche de valeurs propres . . . . .	127
1.2 Diagonalisation des endomorphismes . . . . .	131
1.3 Réduction . . . . .	137
1.4 Sous-espaces caractéristiques . . . . .	139
1.5 Décomposition spectrale . . . . .	143
<b>2 Formes bilinéaires et formes quadratiques</b>	<b>147</b>
2.1 Formes bilinéaires . . . . .	147
2.2 Sous-espaces orthogonaux . . . . .	152
2.3 Réduction de GAUSS . . . . .	153
2.4 Automorphismes orthogonaux . . . . .	157
2.5 Réduction simultanée de formes quadratiques . . . . .	158
<b>3 Espaces euclidiens</b>	<b>161</b>
3.1 Produit scalaire . . . . .	161
3.2 Bases orthogonales . . . . .	164
3.3 Isométrie de $\mathbf{R}^2$ et $\mathbf{R}^3$ . . . . .	174
3.4 Adjoint . . . . .	178
<b>4 Fonctions de plusieurs variables</b>	<b>181</b>
4.1 Topologie de $\mathbf{R}^n$ . . . . .	181
4.2 Limites-Continuité . . . . .	186
4.3 Dérivées partielles . . . . .	190

<b>5</b>	<b>Calcul différentiel</b>	<b>201</b>
5.1	Différentielle . . . . .	201
5.2	Changement de variable . . . . .	205
5.3	Dérivée directionnelle et plan tangent . . . . .	212
5.4	Formules de TAYLOR . . . . .	216
5.5	Fonctions implicites . . . . .	222
5.6	Analyse vectorielle . . . . .	226
<b>6</b>	<b>Intégrales généralisées</b>	<b>235</b>
6.1	Intégrales à paramètres . . . . .	235
6.2	Intégrales généralisées . . . . .	240
6.3	Intégrales généralisées à paramètres . . . . .	253
<b>7</b>	<b>Séries numériques</b>	<b>257</b>
7.1	Définition et exemples . . . . .	257
7.2	Séries à termes positifs . . . . .	261
7.3	Séries à termes de signe quelconque . . . . .	267
7.4	Comparaison série-intégrale . . . . .	274
<b>8</b>	<b>Intégrales multiples</b>	<b>279</b>
8.1	Intégrales curvilignes . . . . .	279
8.2	Intégrales doubles . . . . .	283
8.3	Intégrales triples . . . . .	290
<b>9</b>	<b>Suites et séries de fonctions</b>	<b>295</b>
9.1	Suites de fonctions . . . . .	295
9.2	Séries de fonctions . . . . .	306
<b>10</b>	<b>Séries entières</b>	<b>315</b>
10.1	Séries entières . . . . .	315
10.2	Développements en série entière . . . . .	323
10.3	Applications . . . . .	329
10.4	Séries de FOURIER . . . . .	331
<b>11</b>	<b>Systèmes différentiels linéaires</b>	<b>337</b>
11.1	Équations différentielles du premier ordre . . . . .	337
11.2	Systèmes différentiels linéaires . . . . .	345
11.3	Equations linéaires du second ordre . . . . .	348