

COURS
DE
MATHÉMATIQUES

A. DONEDDU

ANALYSE

8

Mathématiques spéciales

Premier cycle universitaire

VUIBERT

CLASSES
PRÉPARATOIRES

COURS
DE
MATHÉMATIQUES

A. DONEDDU

ANALYSE

8

Mathématiques spéciales

Premier cycle universitaire

VUIBERT

CLASSES
PRÉPARATOIRES

M52/T8

Cours de mathématiques

Mathématiques spéciales
Premier cycle des Universités

par

Alfred DONEDDU

Professeur de chaire supérieure
(mathématiques spéciales)
au lycée Hoche à Versailles

~~774~~

2281 $\frac{2}{2}$

Tome 8

Analyse

LIBRAIRIE VUIBERT, 63, boulevard Saint-Germain, 75005 PARIS

1985

Table des matières

Chapitre 1. — Espaces métriques

| | |
|--|----|
| 1,1. Corps des nombres réels | 11 |
| 1,2. Espaces métriques | 14 |
| Espaces vectoriels normés | 18 |
| 1,3. Ensembles ouverts. Ensembles fermés | 24 |
| Intérieur. Extérieur | 28 |
| Adhérence | 30 |
| Sous-espace métrique | 34 |
| 1,4. Fonctions continues | 37 |
| Continuité uniforme | 46 |
| Homéomorphisme | 48 |
| Exercices | 53 |

Chapitre 2. — Espaces complets. Espaces compacts. Espaces connexes

| | |
|--|-----|
| 2,1. Suites | 61 |
| Suites extraites. Valeur d'adhérence | 65 |
| 2,2. Espaces complets | 67 |
| Suites de Cauchy | 67 |
| Théorème du point fixe | 70 |
| Critère de Cauchy pour les fonctions | 72 |
| 2,3. Espaces compacts | 74 |
| Théorème de Heine | 78 |
| Théorème de Borel-Lebesgue | 79 |
| Espaces de Banach | 83 |
| Produit d'espaces normés | 90 |
| 2,4. Espaces connexes | 94 |
| Espaces connexes par arcs | 100 |
| Exercices | 100 |

Chapitre 3. Fonctions vectorielles de variable réelle

| | |
|--|-----|
| 3,1. Dérivées | 111 |
| Inégalité des accroissements finis | 118 |
| Prolongement des fonctions dérivables | 121 |
| Fonctions de classe C^p par morceaux | 124 |

| | |
|--|-----|
| 3,2. Suite de fonctions bornées..... | 127 |
| Convergence uniforme | 128 |
| Caractérisation des fonctions réglées | 134 |
| 3,3. Intégrales | 139 |
| Fonction vectorielle intégrable | 142 |
| Fonction intégrale..... | 143 |
| Suite de fonctions intégrales | 149 |
| 3,4. Intégrales dépendant d'un paramètre | 154 |
| Exercices | 162 |
| | |
| Chapitre 4. Séries | |
| 4,1. Généralités | 173 |
| 4,2. Séries à termes réels positifs | 180 |
| 4,3. Séries absolument convergentes..... | 198 |
| 4,4. Multiplication des séries. Séries semi-convergentes | 213 |
| Séries alternées | 217 |
| Séries semi-convergentes..... | 219 |
| 4,5. Calcul approché de la somme d'une série | 221 |
| Exercices | 227 |
| | |
| Chapitre 5. — Séries de fonctions. Séries entières | |
| 5,1. Séries de fonctions | 237 |
| Séries normalement convergentes | 242 |
| Intégration. Dérivation | 246 |
| 5,2. Séries entières | 251 |
| Rayon de convergence..... | 253 |
| Intégration. Dérivation | 261 |
| 5,3. Séries entières réelles | 264 |
| Développement en série de Taylor | 265 |
| 5,4. Séries entières dans le champ complexe | 272 |
| Exercices | 281 |
| | |
| Chapitre 6. — Séries de Fourier | |
| 6,1. Séries trigonométriques | 294 |
| 6,2. Séries de Fourier | 302 |
| Théorème de Dirichlet..... | 308 |
| 6,3. Un espace préhilbertien..... | 313 |
| Inégalités de Bessel..... | 316 |
| Théorème de Parseval | 320 |
| Exercices | 323 |

Chapitre 7. — Fonctions différentiables

| | |
|--|-----|
| 7,1. Fonctions de variable vectorielle | 330 |
| 7,2. Fonctions différentiables | 333 |
| Dérivée selon un vecteur | 338 |
| Applications de classe C^1 | 341 |
| Matrices jacobiniennes | 346 |
| 7,3. Composition des fonctions différentiables | 347 |
| Composée de matrices jacobiniennes | 351 |
| Composée de fonctions de classe C^1 | 353 |
| Difféomorphisme | 354 |
| Exercices | 358 |

**Chapitre 8. — Applications des différentielles
Fonctions de classe C^p**

| | |
|---|-----|
| 8,1. Applications de la différentiabilité | 363 |
| Caractérisation des fonctions constantes | 364 |
| Fonctions homogènes | 365 |
| 8,2. Fonctions de classe C^p | 368 |
| Différentielle seconde | 368 |
| Théorème de Schwartz | 370 |
| Fonctions de classe C^2 | 372 |
| Différentielle d'ordre supérieur | 373 |
| Fonctions de classe C^p | 373 |
| Difféomorphisme de classe C^p | 376 |
| 8,3. Formule de Taylor-Young | 377 |
| 8,4. Extremum d'une fonction numérique | 381 |
| 8,5. Fonctions implicites | 386 |
| Inversion locale d'une application | 393 |
| Exercices | 394 |

Chapitre 9. — Équations différentielles

| | |
|---|-----|
| 9,1. Généralités | 401 |
| 9,2. Systèmes différentiels linéaires | 409 |
| Automorphisme résolvant. Matrice résolvante | 414 |
| Matrice fondamentale | 417 |
| Variation des constantes | 417 |
| 9,3. Équations différentielles linéaires | 420 |
| 9,4. Exponentielle d'un endomorphisme | 427 |
| 9,5. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants | 435 |
| 9,6. Équations différentielles linéaires à coefficients constants | 450 |
| 9,7. Formes différentielles de degré un | 459 |
| Exercices | 468 |

La nouveauté de ce Cours de Mathématiques réside dans sa présentation. Les six premiers tomes sont destinés aux étudiants de première année (Mathématiques supérieures). Leur utilisation se poursuivra néanmoins en seconde année. Les volumes 7 et 8 sont destinés aux étudiants de seconde année (Mathématiques spéciales).

Ce cours est conforme au nouveau programme et comporte les volumes suivants :

Tome 1 : Structures fondamentales.

Tome 2 : Polynômes et Algèbre linéaire.

Tome 3 : Espaces euclidiens. Géométrie.

Tome 4 : Fonctions réelles d'une variable réelle.

Tome 5 : Fonctions vectorielles. Équations différentielles.

Tome 6 : Géométrie différentielle. Intégrales multiples.

Tome 7 : Algèbre et géométrie.

Tome 8 : Analyse.



9 782711 720545

ISBN: 2-7117 - 2054-3

