

COURS  
DE  
MATHÉMATIQUES

A. DONEDDU

FONCTIONS RÉELLES  
D'UNE VARIABLE RÉELLE

4

Mathématiques supérieures

Premier cycle universitaire

VUIBERT

CLASSES  
PRÉPARATOIRES

COURS  
DE  
MATHÉMATIQUES

A. DONEDDU

FONCTIONS RÉELLES  
D'UNE VARIABLE RÉELLE

4

Mathématiques supérieures

Premier cycle universitaire

VUIBERT

CLASSES  
PRÉPARATOIRES

# Cours de mathématiques

Mathématiques supérieures  
Premier cycle des Universités

par

M52/T4

**A. DONEDDU**

Professeur de chaire supérieure  
(mathématiques spéciales)  
au lycée Hoche à Versailles

~~M52~~  
2277 1/2

---

**Tome 4**

***Fonctions réelles  
d'une variable réelle***

# Sommaire

## Chapitre 1. — La droite numérique

1,1. Corps des nombres réels.....	11
Dichotomie .....	14
1,2. Topologie sur $\mathbf{R}$ .....	15
Ouvert-Fermé dans $\mathbf{R}$ .....	16
Intérieur-Extérieur .....	18
Adhérence .....	18
1,3. Compacité .....	20
Théorème de Borel-Lebesgue.....	21
Exercices .....	23

## Chapitre 2. — Fonctions numériques

2,1. Fonctions numériques sur un ensemble quelconque .....	27
2,2. Limite d'une fonction de variable réelle .....	32
2,3. Fonctions continues .....	36
2,4. Théorèmes fondamentaux pour les fonctions continues .....	40
2,5. Continuité uniforme.....	44
2,6. Fonctions monotones .....	45
2,7. Fonctions trigonométriques et leurs réciproques .....	49
2,8. Extension de la notion de limite .....	54
Exercices .....	59

## Chapitre 3. — Dérivées. Fonctions différentiables

3,1. Dérivées et différentielles.....	67
3,2. Calcul des dérivées .....	72
3,3. Composition des fonctions .....	75
3,4. Étude de la fonction $x \mapsto x^\alpha$ ( $\alpha \in \mathbf{Q}$ ) .....	78
3,5. Dérivées des fonctions trigonométriques et de leurs réciproques. ....	83

3,6. Théorèmes de Rolle et des accroissements finis .....	87
3,7. Dérivées successives. Formule de Leibniz .....	95
3,8. Formules de Taylor et de Maclaurin .....	97
3,9. Fonctions convexes .....	100
Exercices .....	105
<b>Chapitre 4. — Intégration</b>	
4,1. Ensembles quarrables .....	111
4,2. Intégrale simple .....	114
4,3. Espace vectoriel des fonctions intégrables .....	121
4,4. $\mathbf{R}$ -algèbre des fonctions intégrables .....	124
4,5. Relation d'ordre .....	129
4,6. Théorèmes de la moyenne .....	131
4,7. Intégrale fonction d'une extrémité de l'intervalle .....	133
Formule de Taylor avec reste de Young .....	136
4,8. Intégrale de Riemann .....	137
Exercices .....	142
<b>Chapitre 5. — Fonctions élémentaires</b>	
5,1. Logarithme népérien .....	149
5,2. Exponentielle népérienne .....	153
5,3. Logarithme de base quelconque .....	157
5,4. Fonction exponentielle .....	160
5,5. Fonction puissance .....	161
5,6. Comparaison de $x^a$ , $b^x$ et $\log_b x$ .....	163
5,7. Fonctions hyperboliques .....	165
5,8. Fonctions hyperboliques réciproques .....	169
5,9. Équations fonctionnelles .....	173
Exercices .....	178
<b>Chapitre 6. — Développements limités</b>	
6,1. Comparaison des fonctions .....	185
6,2. Développements limités .....	191
6,3. Développement de Maclaurin .....	193
6,4. Opérations .....	195
6,5. Intégration des développements .....	199
6,6. Composition des développements .....	202
6,7. Applications des développements .....	204
Exercices .....	209

**Chapitre 7. — Calcul intégral**

7,1. Primitives usuelles .....	213
7,2. Changement de variables .....	215
7,3. Intégration par parties .....	220
7,4. Primitives des fractions rationnelles .....	223
7,5. Primitives de composées de fonctions trigonométriques .....	227
7,6. Primitives de fonctions irrationnelles .....	236
Exercices .....	243

**Chapitre 8. — Intégrales généralisées**

8,1. Intégrale sur un intervalle borné non compact .....	249
Convergence absolue .....	253
8,2. Intégrale sur un intervalle non borné .....	254
Convergence absolue .....	258
8,3. Changement de variable. Intégration par parties .....	259
La fonction $\Gamma$ .....	262
Exercices .....	264

**Chapitre 9. — Calcul numérique**

9,1. Séparation des racines d'une équation .....	267
9,2. Calcul des zéros par substitution .....	270
9,3. Méthode des parties proportionnelles .....	273
9,4. Méthode de Newton .....	278
9,5. Méthode des approximations successives .....	281
9,6. Calcul approché des intégrales définies .....	287
Exercices .....	291

<i>Index</i> .....	297
--------------------	-----

---

La nouveauté de ce Cours de Mathématiques réside dans sa présentation. Les six premiers tomes sont destinés aux étudiants de première année (Mathématiques supérieures). Leur utilisation se poursuivra néanmoins en seconde année. Des volumes complémentaires seront destinés aux étudiants de seconde année (Mathématiques spéciales).

Ce cours est conforme au nouveau programme et comporte les volumes suivants :

Tome 1 : Structures fondamentales.

Tome 2 : Polynômes et Algèbre linéaire.

Tome 3 : Espaces euclidiens. Géométrie.

Tome 4 : Fonctions réelles d'une variable réelle.

Tome 5 : Fonctions vectorielles. Équations différentielles.

Tome 6 : Géométrie différentielle. Intégrales multiples.



9 782711 720507

ISBN : 2-7117 - 2050-0

