

COURS
DE
MATHÉMATIQUES

A. DONEDDU

STRUCTURES
FONDAMENTALES

1

Mathématiques supérieures

Premier cycle universitaire

VUIBERT

CLASSES
PRÉPARATOIRES

Cours de mathématiques

Avant-propos

Mathématiques supérieures
Premier cycle des Universités

par

A. DONEDDU

M52/T1

Professeur de chaire supérieure
(mathématiques spéciales)
au lycée Hoche à Versailles

~~M21~~

2273 $\frac{1}{2}$

Tome 1

Structures fondamentales

LIBRAIRIE VUIBERT, 63, boulevard Saint-Germain, 75005 PARIS

1984

Sommaire

Chapitre 1. — Ensembles et relations

1,1. Vocabulaire de base	11
1,2. Applications	16
1,3. Relations d'équivalence	22
1,4. Relations d'ordre	26
Exercices	32

Chapitre 2. — Entiers naturels. Groupes. Entiers relatifs

2,1. Lois de composition	37
Magma	37
Monoïde	41
Morphismes	43
Compatibilité d'une loi avec une relation	45
2,2. Entiers naturels	47
2,3. Groupes	52
Les entiers relatifs	53
Groupe des éléments inversibles d'un monoïde	56
Sous-groupe engendré par une partie	56
2,4. Morphismes de groupes	59
Sous-groupes invariants (ou distingués)	61
2,5. Groupe-quotient	62
Exercices	65

Chapitre 3. — Anneaux et corps. L'anneau des entiers relatifs

3,1. La structure d'anneau	71
Multiplication des entiers	72
Groupe des éléments inversibles d'un anneau unifié	77

Diviseurs de zéro	77
Anneau intègre	79
3,2. Idéaux d'un anneau	80
Idéal engendré par une partie	82
Idéaux d'un anneau unifère	83
Idéal principal. Anneau principal	84
3,3. L'anneau principal des entiers	85
Division euclidienne dans \mathbf{Z}	85
Sous-groupes additifs de \mathbf{Z} . Idéaux de \mathbf{Z}	86
Multiples communs — p.p.c.m.	87
Diviseurs communs — p.g.c.d.	88
Entiers premiers entre eux. Théorème de Bezout	90
Nombres premiers	93
3,4. Morphismes d'anneaux	96
Anneau-quotient	97
Anneau des classes de congruence modulo n	99
3,5. Caractéristique d'un anneau	102
Cas de l'anneau unifère	103
Cas de l'anneau intègre	103
Exercices	104
 Chapitre 4. — Dénombrements. Groupe symétrique	
4,1. Arrangements	113
4,2. Combinaisons	116
4,3. Binôme de Newton	118
4,4. Permutations d'un ensemble fini	121
4,5. Transpositions	123
4,6. Orbites. Cycles	125
4,7. Décomposition d'une permutation en cycles	128
Exercices	134
 Chapitre 5. — Corps des fractions. Anneaux ordonnés	
5,1. Corps des fractions d'un anneau commutatif	139
Corps des nombres rationnels	144

5,2. Anneaux ordonnés	146
Groupes ordonnés	146
Anneaux ordonnés	150
Caractéristique d'un anneau ordonné	153
Corps ordonnés	153
Prolongement de l'ordre au corps des fractions	154
Exercices	156
Chapitre 6. — Nombres réels	
6,1. Le corps ordonné des nombres réels	161
6,2. Topologie sur \mathbf{R}	166
Suites convergentes	166
Suites adjacentes	169
Intervalles emboîtés	170
6,3. Opérations sur les suites	170
6,4. Suites de Cauchy	172
6,5. Figuration des nombres réels dans une base b	174
Unicité du corps \mathbf{R}	180
Exercices	183
Chapitre 7. — Le plan euclidien	
7,1. Espaces vectoriels	191
Sous-espaces	194
Algèbre sur un corps commutatif	195
7,2. Plan euclidien	196
Translations	196
Homothéties	197
7,3. Produit scalaire	199
Norme d'un vecteur	200
Cercle-unité	202
Exercices	203
Chapitre 8. — Nombres complexes	
8,1. Introduction	207
8,2. Nombres complexes	208
8,3. Addition	209

8,4. Multiplication	210
8,5. Immersion de \mathbf{R} dans \mathbf{C}	213
8,6. Nombres complexes conjugués	214
8,7. Module d'un nombre complexe	215
8,8. Plan complexe	220
Rotations	221
Similitudes	222
Similitudes affines	223
Exercices	225
Chapitre 9. — Mesure des angles	
9,1. Angles	229
Angles orientés	229
Angles non orientés	230
Addition des angles orientés	231
9,2. Mesure des angles	233
Ordre total dans \mathbf{R}_1	233
Ordre total et addition	234
Bissection d'un angle	235
Mesure des angles	236
9,3. Isomorphisme du groupe des rotations sur le tore	239
Exercices	242
Chapitre 10. — Argument d'un nombre complexe	
10,1. Trigonométrie	245
10,2. Argument d'un nombre complexe	249
10,3. Formule de de Moivre. Équation binôme	251
10,4. Application au calcul trigonométrique	255
10,5. Similitude directes ou indirectes	256
Exercices	263
<i>Index</i>	267

La nouveauté de ce Cours de Mathématiques réside dans sa présentation. Les six premiers tomes sont destinés aux étudiants de première année (Mathématiques supérieures). Leur utilisation se poursuivra néanmoins en seconde année. Des volumes complémentaires seront destinés aux étudiants de seconde année (Mathématiques spéciales).

Ce cours est conforme au nouveau programme et comporte les volumes suivants :

Tome 1 : Structures fondamentales.

Tome 2 : Polynômes et Algèbre linéaire.

Tome 3 : Espaces euclidiens. Géométrie.

Tome 4 : Fonctions réelles d'une variable réelle.

Tome 5 : Fonctions vectorielles. Équations différentielles.

Tome 6 : Géométrie différentielle. Intégrales multiples.



9 782711 720477

ISBN : 2-7117 - 2047-0

