MATHÉMATIQUES
à l'Université

Cours et exercices corrigés

Collection dirigée par
Charles-Michel Marle
Philippe Pilibossian

Algèbre et théorie des nombres

Théorie de Galois & Codes
Géométrie & Arithmétique

niveau M1 et M2

Sabah Al Fakir

ellipses

MATHÉMATIQUES À L'UNIVERSITÉ

Collection dirigée par Charles-Michel MARLE et Philippe PILIBOSSIAN

niveau M1-M2

ALGÈBRE ET THÉORIE DES NOMBRES

Théorie de Galois & Codes
Géométrie & Arithmétique

Sabah AL FAKIR
Professeur émérite
Université scientifique et technique de Lille

ellipses

Table des matières

La collection *Mathématiques à l'Université* se propose de mettre à la disposition des étudiants de troisième, quatrième et cinquième années d'études supérieures en mathématiques des ouvrages couvrant l'essentiel des programmes actuels des universités françaises. Certains de ces ouvrages pourront être utiles aussi aux étudiants qui préparent le CAPES ou l'agrégation, ainsi qu'aux élèves des grandes écoles.
Nous avons voulu rendre ces livres accessibles à tous : les sujets traités sont présentés de manière simple et progressive, tout en respectant scrupuleusement la rigueur mathématique. Chaque volume comporte un exposé du cours avec des démonstrations détaillées de tous les résultats essentiels et de nombreux exercices. Les auteurs de ces ouvrages ont tous une grande expérience de l'enseignement des mathématiques au niveau supérieur.

Cet ouvrage est la suite de *Algèbre et théorie des nombres. Cryptographie, Primalité* paru dans la même collection. Il est cependant largement indépendant de ce tome, grâce à des rappels fréquents.
Il commence par un traitement classique de la théorie de Galois avec ses deux volets : théorie des groupes et celle des extensions de corps. Certaines questions se trouvent ici particulièrement approfondies, notamment le calcul du groupe de Galois d'une équation algébrique, le caractère algébriquement clos du corps des nombres complexes, les bases intégrales des anneaux d'entiers des corps de nombres, le théorème de Dirichlet sur les nombres premiers dans une progression arithmétique…
Il se poursuit par une étude introductive à la théorie moderne des codes correcteurs d'erreurs : théorème de Shannon, problème central du codage, codes linéaires et codes cycliques. La notion de classe cyclotomique dans un corps fini trouve ici des applications intéressantes.
Le dernier tiers est consacré à la géométrie et à ses liens avec l'arithmétique. Après une étude des groupes classiques et des géométries affines et projectives, on passe aux courbes algébriques planes, aux courbes elliptiques et aux nombres congruents. On fait le point sur ces nombres dont la détermination reste un problème majeur de la géométrie arithmétique et encore largement ouvert.
Ce livre a été conçu à l'origine pour les étudiants du second cycle et pour les candidats à l'agrégation. Les deux derniers chapitres s'adressent plutôt aux étudiants des masters (niveau 2) et aux enseignants.

ISBN 2-7298-1946-0