

collection
Phare

nouveau
programme

MPSI

PROBLÈMES

*avec indications et corrigés détaillés
pour assimiler tout le programme*

Maths

Walter DAMIN

ellipses

collection dirigée par Christian LEBCEUF
Phare

MPSI

M522

**Problèmes avec indications
et corrigés détaillés
pour assimiler tout le programme**

0544/48

nouveau
programme

3

Maths

Walter DAMIN

Agrégé de l'Université
Professeur en classe préparatoire scientifique
au lycée Déodat de Séverac (Toulouse)



ellipses

TABLE DES MATIÈRES

Problème n ^o 1 :	7	
<i>Nombres complexes.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 2 :	10	
<i>Equations algébriques.</i>		○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 3 :	17	
<i>Produit scalaire dans le plan.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 4 :	21	
<i>Similitudes planes et cinématique.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 5 :	27	
<i>Etude d'une transformation du plan.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 6 :	32	
<i>Distances dans l'espace.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 7 :	39	
<i>Etude d'une famille de fonctions.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 8 :	43	
<i>Autour de la fonction Arcsinus.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 9 :	47	
<i>Mouvements à accélération centrale.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 10 :	60	
<i>Théorie des ensembles, applications entre ensembles.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 11 :	66	
<i>Coefficients binomiaux et dénombrements.</i>		● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 12 :	71	
<i>Dénombrements : dérangements, surjections, partitions.</i>		○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 13 :	81	
<i>Loi de composition interne, relation d'ordre. Anneaux de Boole.</i>		○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 14 :	89	
<i>Espace vectoriel abstrait (facile si on travaille formellement).</i>		● ● ○ ○ ○

Problème n ^o 15 :	93
<i>Études de suites.</i>	● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 16 :	97
<i>Suites récurrentes linéaires, suites arithmético-géométriques.</i>	○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 17 :	101
<i>Suites à valeurs complexes.</i>	● ○ ○ ○ ○
Problème n ^o 18 :	105
<i>Études de suites : fractions continuées.</i>	○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 19 :	115
<i>Limites de fonctions, inéquation fonctionnelle.</i>	○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 20 :	121
<i>Études des polynômes de Tchébychev.</i>	○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 21 :	130
<i>Polynômes de Bernstein et approximations de fonctions continues.</i>	○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 22 :	137
<i>Analyse classique et développements limités.</i>	○ ● ○ ○ ○
Problème n ^o 23 :	142
<i>Études de fonctions.</i>	● ● ○ ○ ○
Problème n ^o 24 :	149
<i>Polynômes de Bernoulli, approximations d'intégrales à l'aide de la formule dite d'Euler-Maclaurin.</i>	○ ○ ○ ● ○
Problème n ^o 25 :	157
<i>Fonctions convexes, inégalité de Hölder.</i>	○ ○ ● ● ○
Problème n ^o 26 :	165
<i>Études de fonctions, équation différentielle linéaire.</i>	○ ○ ● ● ○
Problème n ^o 27 :	173
<i>Algèbre linéaire : étude de projecteurs.</i>	○ ● ● ○ ○
Problème n ^o 28 :	179
<i>Matrices : trace et changement de bases (seule la fin est difficile).</i>	○ ○ ● ○ ○
Problème n ^o 29 :	186
<i>Endomorphismes dans l'espace des polynômes à coefficients réels. Formule de Newton-Gregory.</i>	● ● ○ ○ ○
Problème n ^o 30 :	192
<i>Calcul matriciel : matrices magiques.</i>	● ● ○ ○ ○

Problème n° 31 :	198	
<i>Matrices magiques, suite.</i>		○ ○ ● ● ○
Problème n° 32 :	207	
<i>Groupe des permutations d'un ensemble fini : étude de systèmes générateurs et de quelques sous-groupes.</i>		○ ○ ○ ● ○
Problème n° 33 :	213	
<i>Suites récurrentes et déterminants.</i>		○ ● ● ○ ○
Problème n° 34 :	219	
<i>Déterminants de Vandermonde et applications.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n° 35 :	225	
<i>Arithmétique.</i>		○ ○ ○ ● ○
Problème n° 36 :	237	
<i>Arithmétique.</i>		○ ● ○ ○ ○
Problème n° 37 :	241	
<i>Arithmétique des polynômes, équation différentielle.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n° 38 :	248	
<i>Endomorphismes de l'espace des polynômes à coefficients réels.</i>		○ ● ○ ○ ○
Problème n° 39 :	253	
<i>Étude des rotations de l'espace.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n° 40 :	260	
<i>Isométries du plan, expansions conservant une figure.</i>		○ ○ ● ○ ○
Problème n° 41 :	266	
<i>Étude des inversions, courbe paramétrée.</i>		○ ○ ○ ● ○
Problème n° 42 :	276	
<i>Courbes paramétrées, courbes définies par une équation polaire. Équations intrinsèques. Sommets d'une courbe. Inégalité isopérimétrique.</i>		○ ○ ○ ○ ●

La collection *Phare* propose aux étudiants des Classes Préparatoires aux Grandes Écoles une série de livres d'exercices ou de problèmes corrigés.

Le présent ouvrage est constitué d'un ensemble de 39 problèmes de Mathématiques, couvrant ainsi la totalité du programme de la classe de MPSI. L'ordre adopté est l'ordre majoritairement suivi par les enseignants de cette filière.

Dans la table des matières, le niveau de difficulté de chaque problème est indiqué, ainsi que les notions requises pour sa résolution.

Avant chaque corrigé, on précise, si besoin est, l'origine du problème et on donne des pistes pour attaquer les questions les plus difficiles.

En général, les corrigés sont suivis de commentaires permettant au lecteur curieux de prolonger le thème abordé, de l'illustrer à l'aide du logiciel MAPLE...

La difficulté de ces problèmes est presque toujours graduée. Ce sont souvent des problèmes de base, certains des énoncés illustrent des notions qu'il est bon de connaître, d'autres sont des fragments un peu arrangés de sujets de concours, d'autres enfin sont des applications directes du cours. Tous permettent de se préparer aux classiques devoirs surveillés que tout étudiant de MPSI trouvera sur son chemin tout le long de l'année.

