

Actualités scientifiques et industrielles

1040

Publications de l'Institut de Mathématique  
de l'Université de Strasbourg

VI

Jean Dieudonné

# sur les groupes classiques



Hermann Paris

PUBLICATIONS DE L'INSTITUT DE MATHÉMATIQUE  
DE L'UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

VI

JEAN DIEUDONNÉ

M. 03 50  
3<sup>ex</sup>

# Sur les groupes classiques

TROISIÈME ÉDITION REVUE ET CORRIGÉE



1276  $\frac{3}{3}$



HERMANN

## TABLE

|   |    |
|---|----|
| I. INTRODUCTION .....   | 1  |
| II. GROUPE SYMPLECTIQUE .....   | 4  |
| 3. Formes alternées et transformations symplectiques.                       | 4  |
| 4. Sous-espaces isotropes .....   | 5  |
| 5. Transformations symplectiques involutives .....                          | 8  |
| 6. Transvections symplectiques .....  | 9  |
| 7. Structure du groupe symplectique .....                                   | 12 |
| III. GROUPE ORTHOGONAL ( <i>caractéristique <math>\neq 2</math></i> ) ..... | 16 |
| 8. Formes quadratiques et transformations orthogonales                      | 16 |
| 9. Sous-espaces isotropes .....   | 17 |
| 10. Transformations orthogonales involutives. Symétries.                    | 19 |
| 11. Rotations planes et renversements .....                                 | 22 |
| 12. Groupe des commutateurs du groupe orthogonal ...                        | 23 |
| 13. Structure du groupe orthogonal pour $\nu \geq 1$ .....                  | 24 |
| 14. Structure du groupe orthogonal pour $\nu \geq 1$ (suite) ..             | 29 |
| 15. Étude du cas où $\nu = 0$ .....   | 34 |
| 16. Étude du cas où $\nu = 0$ (suite) .....                                 | 36 |
| IV. GROUPE ORTHOGONAL ( <i>caractéristique 2, défaut = 0</i> ) .....        | 39 |
| 17. Formes quadratiques sur un corps de caractéristique 2                   | 39 |
| 18. Sous-espaces singuliers .....   | 40 |
| 19. Transvections orthogonales .....  | 41 |
| 20. Groupe des commutateurs du groupe orthogonal...                         | 45 |
| 21. Structure du groupe orthogonal pour $\nu \geq 1$ .....                  | 45 |
| 22. Étude du cas où $\nu = 0$ .....   | 51 |

A Monsieur Elie CARTAN  
à l'occasion de son 75<sup>e</sup> anniversaire  
1944

## I INTRODUCTION

1. Avec M. Hermann Weyl<sup>(1)</sup>, nous entendons par « groupes classiques » le groupe linéaire général à  $n$  variables et ses sous-groupes laissant invariante une forme quadratique (groupe orthogonal), une forme hermitienne (groupe unitaire) ou une forme alternée (groupe symplectique). Il est superflu de rappeler le rôle important joué par ces groupes dans les questions les plus diverses des Mathématiques, que ce soit en Algèbre, en Théorie des Nombres, en Analyse ou en Géométrie : et les développements de la Physique moderne ont renouvelé de façon inattendue l'intérêt qui s'attache à leur étude, en apprenant à rechercher dans leurs propriétés la source profonde des lois de la Relativité ou de la Physique atomique.

Historiquement, ceux de ces groupes qui se sont introduits d'abord sont relatifs au cas où le « corps de base » (c'est-à-dire le corps dans lequel les variables et les coefficients prennent leurs valeurs) est le corps des nombres réels ou celui des nombres complexes, ce qui explique le rôle joué par les méthodes infinitésimales dans les nombreuses recherches sur ce sujet : nous n'avons pas à rappeler ici les résultats auxquels elles ont conduit, et qui, à beaucoup d'égards, épuisent les problèmes posés. Mais l'Algèbre

(1) H. WEYL. *The classical groups* (Princeton, 1939).

TABLE

|  |    |
|--|----|
| V. GROUPE ORTHOGONAL ( <i>caractéristique 2, défaut &gt; 0</i> ).....    | 52 |
| 23. Formes quadratiques défectives .....                                 | 52 |
| 24. Transvections orthogonales .....                                     | 54 |
| 25. Structure du groupe orthogonal pour $\nu \geq 1$ .....               | 55 |
| 26. Cas où $\nu = 0$ .....   | 60 |
| 27. Groupes laissant invariante une forme bilinéaire<br>symétrique ..... | 60 |
| VI. GROUPE UNITAIRE ( <i>cas commutatif</i> ) .....                      | 63 |
| 28. Formes hermitiennes et transformations unitaires ..                  | 63 |
| 29. Sous-espaces isotropes .....   | 65 |
| 30. Rotations planes et transvections unitaires .....                    | 66 |
| 31. Structure du groupe unitaire pour $\nu \geq 1$ .....                 | 69 |
| 32. Cas où $\nu = 0$ .....   | 71 |
| VII. GROUPE UNITAIRE ( <i>cas non commutatif</i> ) .....                 | 72 |
| 33. Corps gauches réflexifs .....  | 72 |
| 34. Formes hermitiennes sur un corps gauche réflexif...                  | 74 |
| 35. Sous-espaces isotropes .....   | 75 |
| 36. Transvections unitaires .....  | 76 |
| 37. Structure du groupe unitaire pour $\nu \geq 1$ .....                 | 79 |
| 38. Cas où $\nu = 0$ .....   | 81 |
| ADDENDA .....  | 83 |