

Pierre DOUILLET

MATHS AVEC MAPLE

Tome 1

Présentation générale

ellipses

~~1749871~~

**MATHS
a v e c
MAPLE**

1749871



**Tome 1
PRÉSENTATION
GÉNÉRALE**

23904 1/4

(utilisant les exercices 1990 – 1995 du Concours Général)

Pierre DOUILLET
Professeur de Mathématiques
et d'Informatique (Maths Sup)
au lycée Janson de Sailly



Table des matières

Introduction	3
Chapitre I. Réservé aux débutants	13
1. Fenêtres Maple	13
Arrêt d'urgence (13); Actions de la souris sous Windows (14); Les différents objets contenus dans une fenêtre (14); Les «hot-keys» (14)	
2. Principe de Djiskra	14
3. Alphabet Maple	15
4. Textes Maple	16
Les quatre sortes de textes d'une feuille Maple (16); Brève remarque sur les arbres syntaxiques (17); Accès aux résultats antérieurs (18); Les cellules d'une feuille de calcul (18)	
5. Fichiers Maple	18
De l'utilité de sauvegardes raisonnées (18); Les différents fichiers source (19); Les fichiers de calcul (21); Les bibliothèques (21)	
6. Graphiques Maple	21
Les fenêtres graphiques (21); Les fichiers graphiques (21)	
Chapitre II. Un exercice sous le microscope (Concours général 1990, ex. 1)	23
1. Présentation du problème	23
Objectif poursuivi (23); A nouveau : tutorial (23); Exercice 1990/1 : une fonction définie par récurrence (23)	
2. Désignation des objets Maple	23
Données et inconnues en algèbre (23); Représentation des nombres (24); Désignation des autres objets (24); Equations et affectations (24)	
3. Gros objets et petits objets : les tables	25
Typage automatique et expérimentations (25); Tables et principe de réalité (26); Tables et listes (27)	
4. Proverbes de programmation	27
Programmation structurée (27); Conditions et répétitions (28); Equilibrer les débuts et les fins (28)	
5. Programmation assistée par ordinateur	28
Si le système d'exploitation.. (28); Enregistrer (29); Ce qu'il faut enregistrer (29)	
6. Retour à l'exercice	30
Question 1 : tabulation de la fonction $u(n)$ (30); Question 2 : sélection d'un sous- ensemble (30); Questions 1 et 2 : démonstration directe (31)	

7. Problèmes liés à l'écriture d'une procédure	31
Typage des variables (31); Variables locales (32); Une première écriture (32); Amélioration du style (33); Convert ou comment changer la racine d'un arbre (33)	
8. Conclusion de l'exercice	34
 Chapitre III. Fonctionnalités de base	35
1. Manipulations d'expressions	35
Développer, factoriser (35); Recombiner (35); Un critère de simplicité (35); Changements de variable (36); La droite et la gauche (37)	
2. Factorisation d'expressions trigonométriques	38
Formules de base (38); une procédure semi-automatisée (38); Un test élémentaire (39); Exercice (39)	
3. A propos du noyau de Dirichlet	40
Calcul direct (40); Deux autres formules (41); Exercices (41)	
4. Un utilitaire de présentation de résultats	42
Pose du problème (42); Fonctionnalités attendues (43); Initialisation du tableau (43); Remplissage du tableau (44); Une autre possibilité (45); Deux autres utilitaires (45)	
5. Comment rendre des utilitaires réellement utilisables	46
Archiver (46); Récupérer (46); Documenter un utilitaire (exercice) (48)	
6. Un peu plus sur le typage en Maple	48
What (48); Type immédiat et type terminal (49); Procédures et tables (49); Listes (50); Exercices (50); Arrays et matrices (51); Un bilan (51)	
 Chapitre IV. Concours général 1990	53
1. Exercice 2 (1990)	53
2. La technique des différences divisées	53
Remarque préalable (53); Puissance d'un ensemble (53); Passage au quotient (54); Polynôme d'interpolation de Newton (55); Exercice (56)	
3. A propos de la complexité des algorithmes	57
Le package combinat (57); A propos des temps de calcul (58); Exercices (58); Le compromis espace-temps (58)	
4. Combinaisons et factorielles	59
Une démonstration (59); Mise en oeuvre sur Maple (59); Solution en trois lignes (60); Exercices (61)	
5. Exercice 3 (1990)	61
6. Décomposition de l'unité en inverses de carrés	61
Question 1 (61); Question 2 : approche expérimentale (62); Exercices (64)	
7. Construction d'une solution pour $n > 5$	64
Description mathématique (64); Description informatique (64); Une remarque (65)	
8. Exercice 4 (1990)	66
9. Mesure d'un simplexe	66
Aire d'un triangle, volume d'un tétraèdre (66); Changement de variable dans une intégrale (66)	
10. Algorithmes probabilistes	68
Principe de la méthode (68); «Good ones are hard to find» (68); Méthode de Monte-Carlo (69); Exercices (70); Importance sampling (70); Le cas du tétraèdre (71)	

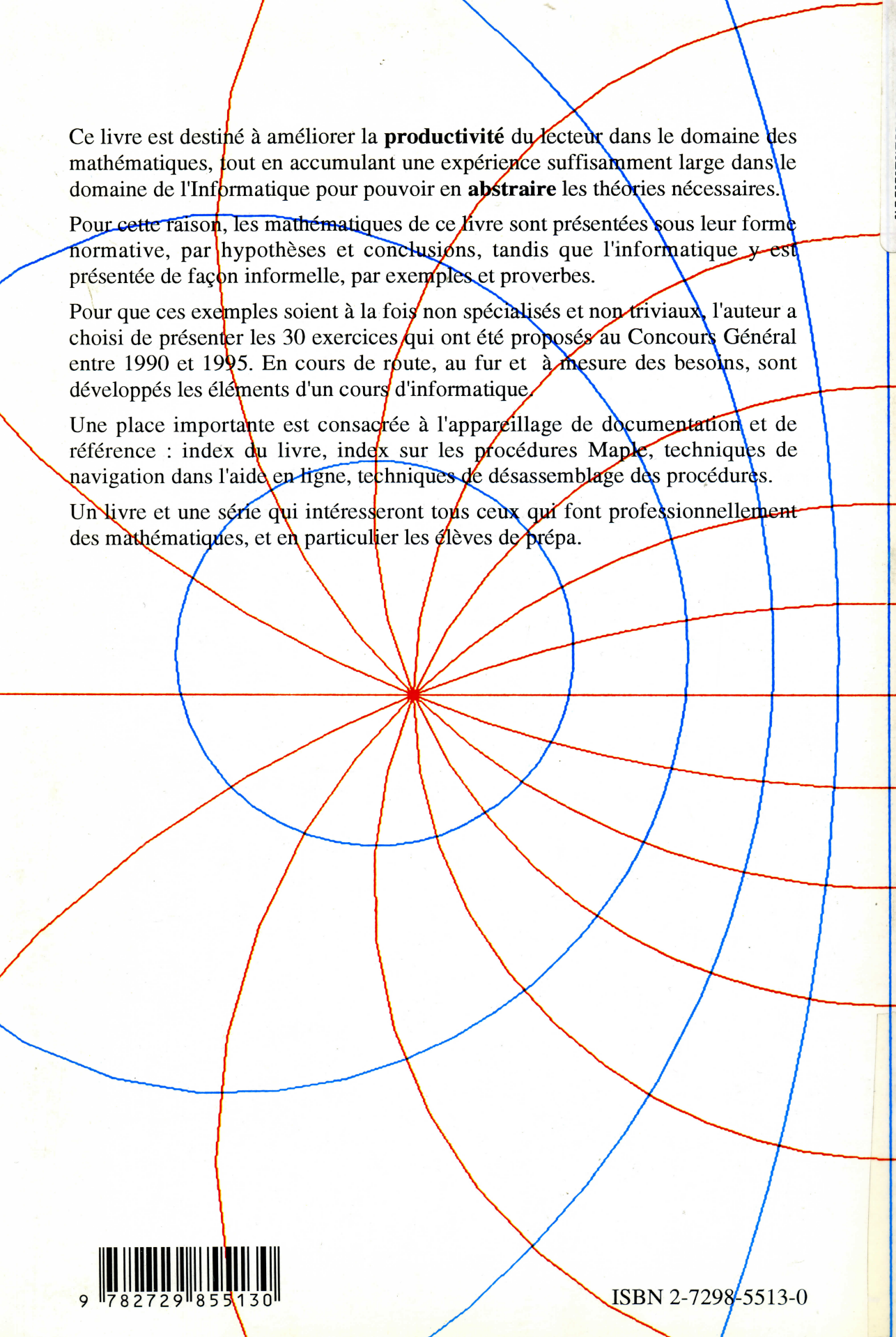
11. Une preuve formalisée	72
12. Exercice 5 (1990)	73
13. Contact d'une droite et d'un cercle	73
Le package geometry (73); Exercice (75); Points de contacts (75)	
14. Solution du problème	77
Calcul des contacts et des longueurs (77); Exercices (78);	
Quelques résultats sur les quatre cercles (ex)inscrits (78); Exercices (78);	
Une recherche de maximum (78); Convexité (79); MISE EN GARDE (80)	
Chapitre V. Graphes en deux dimensions	81
1. Les objets graphiques	81
Présentation (81); Fenêtres graphiques (82); Un outil de visualisation (82);	
Exercices (83)	
2. Présentation des objets graphiques	84
Objets et options (84); Une ligne brisée (84); Une surface colorée (85); Un titre	
(85); Le graphe d'une fonction (86); Points isolés (87); Incruster des textes (87)	
3. Assembler les morceaux	87
Display (87); Une ligne oubliée (89)	
4. Les couleurs	90
La table des couleurs (90); Le codage RGB (90); Palette par défaut (92);	
Palette personnalisée (92); Exercices (92)	
5. Retour sur l'exercice 5 (1990)	94
Un arbre graphique (94); Étiqueter des points (95); Tartes et camemberts (95);	
Exercices (96); Argument d'un complexe (96); Exercice (96)	
6. Deux autres exemples	97
En 3D (97); Une enveloppe (97)	
Chapitre VI. Concours général 1991	99
1. Exercice 1 (1991)	99
2. Solution	99
Une récurrence (99); Condition nécessaire (99)	
3. Formules de sommation	100
Les sommes télescopiques (100); Exercices (100); Séries génératrices (101);	
Exercice (102)	
4. Manipulations élémentaires sur les arbres Maple	103
Forme préfixe (103); Représentation arborescente (103); Actions sur un arbre (105);	
Exercices (105)	
5. Exercice 2 (1991)	106
6. Solution	106
Concavité, convexité (106); Exercices (107); Sommes de Darboux (108);	
Procédure darboux (exercice) (108)	
7. Exercice 3 (1991)	109
8. Un premier point de vue	109
Le sixième d'une boîte (109); Completesquare (110)	
9. More about Maple	111
Uncurry (111); Opérateurs (112); Tables de remember (112); Exercices (112)	
10. Retour aux sommes de carrés	113
Orthogonalisation de Gauss (113); Homogénéiser (113); Exercice (114);	
Polariser (114)	

11. Autres points de vue	115
Fixons le triangle ABC (115); Fixons $S\Omega$ (116); Exercices (117)	
12. Exercice 4 (1991)	117
13. Nombre total de solutions	118
Opérateurs infixes (118); Explorations (118); Exercice (118); Père et fils (118); Une récurrence (119)	
14. Récurrence de Fibonacci	120
Binôme de Newton (120); Action homographique (121); Les nombres de Fibonacci (122); Exercices (122)	
15. Solution de l'exercice 4 (1991)	123
16. Exercice 5 (1991)	124
17. Solution de l'exercice 5	124
Question 1 (124); Question 2 (124); Illustration numérique (125); Illustration graphique (125); Exercices (126)	
 Chapitre VII. Concours général 1992	 127
1. Exercice 1 (1992)	127
2. Symétrisation d'un convexe	127
Symétrisation (127); Convexité (128)	
3. Visualisation	128
Compacts convexes (128); Subdivision du contour (129); Exercices (129)	
4. Théorème d'isopérimétrie	130
Points extrémaux (130); Droites d'appui (131); Image d'une partie rectiligne (131); Exercices (131)	
5. Exercice 2 (1992)	132
6. Sommes de Newton	132
Méthode bovine (132); More geometrico (133); Quatorze solutions (133); A nouveau l'ordre des opérands (134); Exercices (135)	
7. Sommes de Newton	135
Une indication (135); Théorème de Newton (135); La procédure xtrig (136); En une ligne (137); Exercice (137)	
8. Exercice 3 (1992)	137
9. Centres remarquables d'un tétraèdre	137
Coefficients barycentriques (137); (1 et 2) \rightarrow 3 (138); 1 \leftrightarrow 2 (138); 3 \rightarrow 2 (139); Construction de la figure (exercices) (140)	
10. Exercice 4 (1992)	142
11. Calcul de la limite	142
Essais préalables (142); Une vieille ruse (142); Une autre vieille ruse (143); Un point de vue métrique (143); Résumé graphique (145)	
12. Vitesse de convergence	145
Expérimentation et identification (145); Une récurrence homographique (146); Monotonie à partir d'un certain rang (147)	
13. Exercice 5 (1992)	147
14. A propos des séries géométriques	147
Il suffit de demander (147); Autre méthode (147)	

Chapitre VIII. Concours général 1993	149
1. Exercice 1 (1993)	149
2. Numération en base variable	150
Préalable (150); Question 1 (150); Question 2 (150); Question 3 (150);	
Question 4 (151); ifactor (exercices) (151)	
3. Exercice 2 (1993)	152
4. Newton strikes again	152
Formules sommatoires (152); Les sommes de cubes (153);	
Algorithme de Newton (exercice) (153)	
5. Exercice 3 (1993)	154
6. Fonction concave sur un ensemble discret	154
7. Exercice 4 (1993)	155
8. Recouvrement par des disques	155
Un autre point de vue (155); Recouvrir un cercle (155); Retour aux disques (156)	
9. Tracé des figures	156
Utilitaires (exercices) (157); Tracé des figures (157)	
10. Configuration équilatérale	158
Un autre lemme (158); La solution (158); Exercice (159)	
11. Exercice 5 (1993)	160
12. Aire d'une sphère	160
Un algorithme de Knuth (160); Passage en sphérique (160); Retour à Knuth (162);	
Monte-Carlo (164); Importance sampling (165); Exercices (165)	
13. Méthode géométrique	166
Isopérimétrie (166); Maximisation de V/L^3 (166); Inscription dans la sphère (166);	
Tracé de la figure (167);	
Chapitre IX. Concours général 1994	169
1. Exercice 1 (1994)	169
2. Solution de l'exercice 1 (1994)	169
Question 1 (169); Question 2 (169)	
3. Fractions continues	169
Définitions (170); Composition d'homographies (170); confrac (exercices) (171);	
Application à l'exercice proposé (172);	
4. Exercice 2 (1994)	172
5. Solution de l'exercice 2 (1994)	174
6. Exercice 3 (1994)	176
7. Complément binaire d'un entier naturel	176
Définition du complément (176); Les fonctions de décision (176); Comment décider	
(exercices) (177); Descente vers zéro (177); Composantes connexes (178);	
8. Exercice 4 (1994)	179
9. Une propriété du centre du cercle circonscrit	179
Géométriquement (179); Analytiquement (179); Trigonométriquement (180);	
Tracé de la figure (180); Exercices (181);	
10. Exercice 5 (1994)	181
11. Sommes de deux carrés	181
L'identité de Gauss (181); Principe d'un algorithme (182); Mise en oeuvre (182);	
Solution de H. PÉPIN (184); Solution de P. GALL (184)	

Chapitre X. Concours général 1995	185
1. Exercice 1 (1995)	185
2. Droite associée à un faisceau de sécantes.	185
Détermination de la droite. (186); Enveloppe des droites associées (186);	
Une ellipse centrée en G (187); Cas d'un triangle équilatéral (187);	
Relèvement équilatéral (188); Conclusion (189);	
3. Exercice 2 (1995)	189
4. Convergence d'une suite	189
Unicité de comportement (189); Une preuve élémentaire (190); Vérification (191);	
5. Exercice 3 (1995)	191
6. Recouvrement minimal de trois cercles	191
triangle acutangle (191); Triangles obtus (192); Exercices (193);	
7. Exercice 4 (1995)	193
8. Caractérisation d'une branche d'hyperbole	193
Cas d'alignement (193); Autres cas (194); Une preuve analytique (194);	
Exercices (196);	
9. Exercice 5 (1995)	197
10. Une sorte de théorème de la moyenne	197
 Chapitre XI. Trouver de l'aide	199
1. Tutorial	199
Un survol rapide de Maple (199); Construire un TD (199);	
Un cours de programmation gratuit (200)	
2. Les autres sources d'aide dans Maple	200
<Shift-F1> : wmaplev.hlp (200); ?, ?? et ??? (201);	
<Ctrl-F1> : aide contextuelle (202); <Shift-F2> : grep (202);	
< F1 > : le browser (202); Les sources plus que les gloses (202)	
3. Internet, MUG, y osotros	204
Pourquoi Internet (204); Comment se connecter sur Internet (204); Un exemple de	
téléchargement (205); Extraire l'information (205); Raison garder (205)	
4. Promenade guidée dans la bibliothèque Maple	206
march.exe : le gestionnaire de la bibliothèque Maple (206); L'arborescence des	
fichiers de la bibliothèque (206); Modifier les fichiers d'aide (207);	
5. Listing exhaustif de la bibliothèque Maple	207
Description (207);	
Listing (fonction, package) des procédures et des écrans d'aide (208)	
 Index	222
 Bibliographie	224

Les exercices sont incorporés dans le corps de l'ouvrage. On les trouvera aux pages :
 39, 41, 42, 48, 50, 56, 58, 61, 64, 70, 75, 78, 83, 92, 96, 97, 100, 102, 105, 107,
 108, 112, 114, 117, 118, 122, 126, 129, 130, 131, 132, 135, 137, 140, 141, 144,
 151, 153, 157, 159, 165, 166, 171, 193, 196, 197.



Ce livre est destiné à améliorer la **productivité** du lecteur dans le domaine des mathématiques, tout en accumulant une expérience suffisamment large dans le domaine de l'Informatique pour pouvoir en **abstraire** les théories nécessaires.

Pour cette raison, les mathématiques de ce livre sont présentées sous leur forme normative, par hypothèses et conclusions, tandis que l'informatique y est présentée de façon informelle, par exemples et proverbes.

Pour que ces exemples soient à la fois non spécialisés et non triviaux, l'auteur a choisi de présenter les 30 exercices qui ont été proposés au Concours Général entre 1990 et 1995. En cours de route, au fur et à mesure des besoins, sont développés les éléments d'un cours d'informatique.

Une place importante est consacrée à l'appareillage de documentation et de référence : index du livre, index sur les procédures Maple, techniques de navigation dans l'aide en ligne, techniques de désassemblage des procédures.

Un livre et une série qui intéresseront tous ceux qui font professionnellement des mathématiques, et en particulier les élèves de prépa.



9 782729 855130

ISBN 2-7298-5513-0