



Hervé Queffélec

Topologie

Cours et exercices corrigés

5^e édition

Licence 3
Master
CAPES
Agrégation

DUNOD

M 487

Hervé Queffelec

062319

(3)



Topologie

Cours et exercices corrigés

5^e édition

DUNOD

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|------------|
| Avant-propos | IX |
| Notations | XII |
| Chapitre 1. Le corps des réels | I |
| I Définition axiomatique de \mathbb{R} | 1 |
| II Le théorème de la borne supérieure | 4 |
| Exercices | 11 |
| Corrigés | 15 |
| Chapitre 2. Espaces topologiques; espaces métriques | 21 |
| I Définitions générales; notations | 22 |
| II Sous-espace topologique; topologie induite | 27 |
| III Notion de limite; continuité | 29 |
| IV Espaces métriques | 37 |
| V Produit d'espaces topologiques | 46 |
| Exercices | 53 |
| Corrigés | 61 |
| Chapitre 3. Espaces compacts | 77 |
| I Définition et premières propriétés | 77 |
| II Fonctions continues sur un espace compact | 82 |
| III Produit d'espaces compacts | 87 |
| IV Espaces métriques compacts | 91 |
| Exercices | 101 |
| Corrigés | 109 |
| Chapitre 4. Espaces connexes | 120 |
| I Définition et premières propriétés | 120 |
| II Théorèmes de stabilité | 122 |
| III Espaces métriques connexes | 126 |
| IV Composantes connexes | 128 |
| V Applications de la connexité; homotopie | 134 |
| Exercices | 152 |
| Corrigés | 161 |
| Chapitre 5. Espaces métriques complets | 179 |
| I Définition; premières propriétés | 179 |
| II Théorème du point fixe de Picard | 184 |
| III Théorème de Baire | 191 |
| Exercices | 202 |
| Corrigés | 209 |



Topologie

| | |
|--|------------|
| Chapitre 6. Espaces localement trucs | 223 |
| I Définition générale; premiers exemples | 223 |
| II Espaces localement compacts | 224 |
| III Espaces localement connexes | 231 |
| Exercices | 244 |
| Corrigés | 247 |
| Chapitre 7. Dimension et fractalité | 253 |
| I Dimension de boîte (ou dimension métrique) | 254 |
| II Dimension de Hausdorff | 269 |
| III Dimension topologique | 287 |
| Exercices | 297 |
| Corrigés | 300 |
| Problème | 307 |
| Références bibliographiques | 312 |
| Index | 313 |

Hervé Queffélec

Topologie

Cet ouvrage a été rédigé de manière à pouvoir être utilisé à plusieurs niveaux : dès le **niveau L3**, avec les notions et définitions de base, certains passages pouvant être omis en première lecture ; aux **niveaux M1-M2** et préparation à l'agrégation ensuite, avec un approfondissement de notions plus délicates.

Le cours est constitué de sept chapitres : nombres réels, espaces topologiques et métriques, espaces compacts, espaces connexes, espaces complets, espaces ayant localement une propriété topologique, notion de dimension fractionnaire (notamment de Hausdorff) et objets fractals. Dans cette cinquième édition, le caractère transversal de la topologie est renforcé (théorème $A + B$ de Steinhaus, existence de racines n -ièmes selon Körner, lemme de recouvrement de Vitali, lemme de Zabrejko, etc), et de nombreuses figures facilitent la compréhension du texte.

Chaque chapitre est suivi **d'exercices corrigés et commentés** en détail. Pour cette 5^e édition, des exercices sur les espaces de fonctions et les produits tensoriels de Grothendieck ont notamment été ajoutés.

5^e édition

Hervé Queffélec
est professeur émérite à
l'Université des Sciences
et Technologies de Lille 1.



9 782100 754175

2160191

ISBN 978-2-10-075417-5

