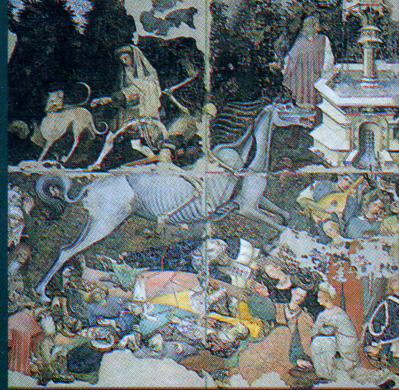


206822



Jean Berstel
Jean-Eric Pin
Michel Pocchiola



MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

Problèmes résolus

1. ALGÈBRE

EDISCIENCE
international



MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

Problèmes résolus

1. ALGÈBRE

M486/T1

Jean Berstel

Professeur
Université Paris VI

Jean-Eric Pin

Directeur de recherche
CNRS

Michel Pocchiola

Maître de conférences
ENS Ulm

220 95 $\frac{2}{10}$



EDISCIENCE
international

1994

Table des matières

Avant-propos	V
I Algèbre linéaire	1
1 Calcul matriciel	3
1.1 Une bibliothèque	3
1.2 Résolution de systèmes linéaires	9
1.2.1 Méthode de Gauss	9
1.2.2 Méthode de Jordan	15
1.3 Rang d'une matrice	18
2 Manipulation de matrices	23
2.1 Pseudo-inverses	23
2.1.1 Énoncé : pseudo-inverses	23
2.1.2 Solution : pseudo-inverses	24
2.1.3 Programme : pseudo-inverses	27
2.2 Matrices trigonalisables	32
2.2.1 Énoncé : matrices trigonalisables	32
2.2.2 Solution : matrices trigonalisables	34
2.2.3 Une bibliothèque de manipulation des matrices complexes	40
2.2.4 Programme : matrices trigonalisables	45
3 Décompositions	51
3.1 Décomposition LU	51
3.2 Décomposition de Choleski	57
3.3 Décomposition QR	59
3.3.1 Énoncé : décomposition QR (méthode de Givens)	59
3.3.2 Solution : décomposition QR (méthode de Givens)	60
3.3.3 Programme : décomposition QR (méthode de Givens)	61
3.3.4 Décomposition QR (méthode de Householder)	65
4 Matrices tridiagonales	69
4.1 Opérations sur les matrices tridiagonales	69
4.1.1 Système tridiagonal d'équations	69
4.1.2 Décomposition LU	71
4.1.3 Décomposition de Choleski	72

4.2	Tridiagonalisation	72
4.2.1	Enoncé : tridiagonalisation (méthode de Givens)	73
4.2.2	Solution : tridiagonalisation (méthode de Givens)	74
4.2.3	Programme : tridiagonalisation (méthode de Givens)	75
4.3	Tridiagonalisation (méthode de Householder)	78
4.3.1	Enoncé : tridiagonalisation (méthode de Householder)	79
4.3.2	Solution : tridiagonalisation (méthode de Householder)	80
4.3.3	Programme : tridiagonalisation (méthode de Householder)	81
5	Valeurs et vecteurs propres	85
5.1	Méthode de Jacobi	85
5.1.1	Enoncé : méthode de Jacobi	85
5.1.2	Solution : méthode de Jacobi	87
5.1.3	Programme : méthode de Jacobi	90
5.2	Méthode QR	96
5.3	Valeurs propres de matrices tridiagonales	100
5.3.1	Enoncé : valeurs propres de matrices tridiagonales	100
5.3.2	Solution : valeurs propres de matrices tridiagonales	101
5.3.3	Programme : calcul par dichotomie	102
5.3.4	Programme : calcul par suites de Sturm	107
5.4	Méthode LR de Rutishauser	110
6	Matrices en combinatoire	117
6.1	Matrices unimodulaires	117
6.1.1	Enoncé : matrices unimodulaires	117
6.1.2	Solution : matrices unimodulaires	119
6.1.3	Programme : matrices unimodulaires	124
6.2	Matrices irréductibles	130
6.2.1	Enoncé : matrices irréductibles	130
6.2.2	Solution : matrices irréductibles	132
6.2.3	Programme : matrices irréductibles	135
II	Polynômes	143
7	Polynômes	145
7.1	Suites de Sturm	145
7.1.1	Enoncé : suites de Sturm	145
7.1.2	Solution : suites de Sturm	146
7.1.3	Programme : suites de Sturm	151
7.2	Polynômes symétriques	158
7.2.1	Enoncé : polynômes symétriques	158
7.2.2	Solution : polynômes symétriques	160
7.2.3	Programme : polynômes symétriques	167

7.3	Factorisation de polynômes	178
7.3.1	Enoncé : factorisation de polynômes	178
7.3.2	Solution : factorisation de polynômes	180
7.3.3	Programme : factorisation de polynômes	187
Annexes		201
A	Un environnement	203
A.1	Conseils de programmation	203
A.2	Variations en Pascal	209
A.3	Bibliothèques	210
A.3.1	Généralités	212
A.3.2	Polynômes	216
A.3.3	Les complexes	222
A.4	Menus	229
B	Les bibliothèques	236
B.1	Généralités	236
B.2	Calcul matriciel	237
B.3	Polynômes	238
B.4	Nombres complexes	239
Index		241

Table des matières du volume II

III Combinatoire

8 Exemples combinatoires

- 8.1 Génération d'objets combinatoires
- 8.2 Nombres de Bernoulli
- 8.3 Partitions d'entiers

9 Combinatoire des mots

- 9.1 Terminologie
- 9.2 Mots de Lukasiewicz
- 9.3 Mots de Lyndon
- 9.4 Suite de Thue-Morse

IV Géométrie

10 Géométrie algorithmique

- 10.1 Polyèdres et enveloppes convexes
- 10.2 Quelques primitives géométriques
- 10.3 Triangulation de Delaunay
- 10.4 Galerie d'art

V Arithmétique

11 Problèmes arithmétiques

- 11.1 Entiers de Gauss
- 11.2 Arithmétique modulaire

12 Grands nombres

- 12.1 Entiers en multiprécision
- 12.2 Arithmétique flottante
- 12.3 Calcul de π par arctangente
- 12.4 La formule de Brent-Salamin

COLLECTION INFORMATIQUE

dirigée par Claude Puech et Jean-Marie Rifflet

Série classes préparatoires et premier cycle universitaire

La **Collection informatique** est dirigée par Claude Puech, directeur du laboratoire d'informatique de l'École normale supérieure, et Jean-Marie Rifflet, professeur à l'université Paris VII. Elle a pour objectif de proposer des ouvrages d'excellente qualité, tant d'un point de vue scientifique que pédagogique.

Depuis quelques années, l'introduction d'une épreuve d'informatique aux concours d'entrée dans les grandes écoles scientifiques a créé un intérêt accru pour des exemples d'algorithmes et de programmes qui s'inspirent du programme des classes préparatoires.

Partant de sujets posés aux concours d'entrée à l'ENS d'Ulm, ce livre propose à la fois des solutions aux questions mathématiques et des programmes types pour les questions algorithmiques. Les réponses sont, la plupart du temps, accompagnées de développements qui permettent de replacer le problème dans son cadre mathématique et le programme dans un contexte informatique. Dans cette forme élargie, le livre intéresse également les étudiants des premier et deuxième cycles universitaires en mathématiques et en informatique; il est aussi un complément pour la préparation de l'option d'informatique de l'agrégation.

Chaque sujet est présenté sous forme d'un triptyque. La première partie est un énoncé, la deuxième partie donne une solution aux questions mathématiques et la troisième partie contient les procédures ou fonctions qui répondent aux questions de programmation.

Les thèmes traités concernent principalement l'algèbre linéaire et les polynômes (volume 1), la combinatoire, la géométrie et l'arithmétique (volume 2).

Les programmes présentés dans ce livre fonctionnent en Pascal sur des ordinateurs compatibles PC ou sur des ordinateurs Macintosh.

Jean Berstel est professeur à l'université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et enseigne également à l'École normale supérieure et à l'École polytechnique. Chercheur en informatique mathématique, il est l'auteur de plusieurs livres.

Jean-Eric Pin est agrégé de mathématiques et directeur de recherche au CNRS. Son domaine de recherche est la théorie des automates. Il est l'auteur de nombreux articles et ouvrages.

Michel Pocchiola est agrégé de mathématiques et maître de conférences à l'École normale supérieure. Ses domaines de recherche sont l'optimisation combinatoire et la géométrie algorithmique.

