

Manuels de Mathématiques

collection dirigée par Jacques MOISAN

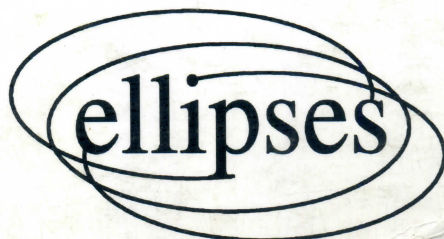
MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

ANALYSE 2

Secondes années
PSI*, PSI, PC*, PC

Jean FRANCHINI

Jean-Claude JACQUENS



M471/72

Université Mouloud MAMMERI
Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE

~~M430~~

MANUELS
DE MATHÉMATIQUES
collection dirigée par Jacques MOISAN



CLASSES DE SECONDE ANNÉE
PSI*, PSI, PC*, PC

ANALYSE 2

Cours / Exercices corrigés / Travaux Dirigés

Jean FRANCHINI
Jean-Claude JACQUENS

Agrégés de Mathématiques
Professeurs en classes préparatoires
de seconde année

Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire 51879

2/3

N° de Côte: ~~M472/15/3~~ ^{Cme}

N° d'inventaire 456

N° de Côte: M4599/17



Table des matières

1. SÉRIES DE FONCTIONS	13
I. Convergences	13
II. Propriétés de la somme	15
Exercices	19
Travaux dirigés	29
Étude de la somme d'une série de fonctions	29
Quelques propriétés de la fonction zéta	31
Sommabilité au sens d'Abel et de Cesàro	32
Produits infinis	36
Une équation fonctionnelle	38
2. SÉRIES ENTIÈRES	41
I. Rayon de convergence	41
A. Définitions	41
B. Détermination du rayon	42
II. Propriétés de la somme	45
A. Continuité	45
B. Intégration	46
C. Dérivabilité	47
III. Fonctions développables en série entière	48
A. Définitions	48
B. Séries de Taylor	48
C. Développements classiques	49
Exercices	52
Travaux dirigés	62
Théorème de Bernstein	62
Comportement aux bornes de l'intervalle de convergence	64
Suite pseudo-périodique	67
Étude d'une fonction somme d'une série de fonctions	69
DSE des fonctions de Bessel d'ordre entier	71
Formules de Newton	74

3. ANALYSE HILBERTIENNE	75
I. Structure préhilbertienne complexe	75
A. Produit scalaire	75
B. Orthogonalité	78
C. Projection orthogonale	79
II. Séries de Fourier	80
A. Structure préhilbertienne et extension	80
B. Coefficients de Fourier	82
C. Extension de l'inégalité de Bessel	83
D. Autres périodes	84
III. Problèmes de convergence	84
A. Théorème d'approximation de Weierstrass	84
B. Convergence en moyenne quadratique	85
C. Convergence ponctuelle	86
Exercices	89
Travaux dirigés	103
Propriétés de la fonction \mathcal{F}	103
Développements Eulériens	105
Développement en série de Fourier des polynômes de Bernoulli	108
Phénomène de Gibbs pour une fonction créneau	110
Formule sommatoire de Poisson et fonction théta de Jacobi	111
Théorèmes d'approximation de Weierstrass	114
Théorème de Müntz	116
4. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	119
I. Équations différentielles linéaires	119
A. Généralités	119
B. Équations linéaires scalaires d'ordre 1	119
C. Équations linéaires du premier ordre	122
D. Équations scalaires d'ordre 2	127
II. Équations différentielles non linéaires	131
A. Systèmes autonomes dans une partie ouverte de \mathbf{R}^2	131
B. Équations non autonomes	134
Exercices	136
Travaux dirigés	149
Entrelacement de Sturm	149
Lemme de Gronwall ; applications	151

5. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES	155
I. Calcul différentiel	155
A. Généralités	155
B. Opérations sur l'ensemble des applications de classe C^1	158
C. Algèbre $C^1(U, \mathbf{K})$	161
D. Dérivées partielles d'ordre $k \geq 2$	164
II. Compléments de calcul intégral	165
A. Champs de vecteurs, de scalaires	165
B. Intégrale curviligne	168
C. Intégrales doubles	169
III. Courbes planes et surfaces	171
A. Courbes planes	171
B. Surfaces	174
Exercices	176
Travaux dirigés	186
Équation aux dérivées partielles	186
Équation des cordes vibrantes	189
INDEX	192

La collection des Manuels de Mathématiques a pour ambition de donner aux étudiants des classes préparatoires scientifiques un outil d'apprentissage et d'approfondissement des Mathématiques enseignées dans le cadre de la préparation aux concours. L'étudiant a ainsi à portée de main une aide précieuse, tant pour l'apprentissage du cours que pour l'acquisition des méthodes et des techniques de résolution des exercices et des problèmes.

Ce livre est le deuxième des trois tomes d'un Manuel de Mathématiques écrit à l'intention des étudiants des classes préparatoires de seconde année PSI*, PSI, PC* et PC. Il est conforme au programme en vigueur à partir de septembre 1996.

Il s'efforce de respecter tant l'esprit que la lettre du programme qui a été rédigé de façon à la fois directive pour les enseignants et contraignante pour les examinateurs des concours.

Les deux premiers tomes sont consacrés à l'analyse et le troisième à l'algèbre.
