

Mathématiques pour DEUG

collection dirigée par Philippe PILIBOSSIAN

ALGÈBRE I

Ensembles fondamentaux

Arithmétique

Polynômes

Gilles CHRISTOL
Philippe PILIBOSSIAN
Sleiman YAMMINE

ellipses

M465

MATHÉMATIQUES POUR DEUG

collection dirigée par Philippe PILIBOSSIAN

DEUG SCIENCES

ALGÈBRE I

Ensembles fondamentaux
Arithmétique
Polynômes

21957 75

Cours et exercices corrigés

Gilles CHRISTOL

Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

Philippe PILIBOSSIAN

Maître de conférences
à l'Université Pierre et Marie Curie

Sleiman YAMMINE

Maître de conférences
à l'Université Pierre et Marie Curie



Table des matières

Avant-propos	5
Alphabet grec	9
Notations	10
Chapitre I. VOCABULAIRE DE BASE	13
1 Logique	13
2 Ensembles	14
3 Quantificateurs	15
4 Applications	15
4.1 Généralités	15
4.2 Injections, surjections, bijections	16
4.3 Composition des applications	17
5 Lois de composition internes	18
6 Groupes	19
6.1 Définition et notations	19
6.2 Sous-groupes	20
7 Anneaux et corps	20
8 Relations	21
8.1 Définition	21
8.2 Relations d'ordre	21
8.3 Relations d'équivalence	22
9 Dénombrements	23
9.1 Principes généraux	23
9.2 Dénombrements fondamentaux	24
9.3 Exemple de dénombrement	26
9.4 Formule du binôme	26
10 Exercices	28
11 Solutions	34
Chapitre II. ENSEMBLES FONDAMENTAUX	41
1 L'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels	41
2 Raisonnements par récurrence	41
2.1 Récurrence simple	41
2.2 Récurrence à partir d'un certain rang	42
2.3 Récurrence double	42
2.4 Récurrence complète	42
2.5 Récurrence finie, récurrence descendante	42
2.6 Autres récurrences	42
3 Le coin des curieux	43
3.1 Démonstration de la Proposition	43
3.2 Définition des opérations sur \mathbb{N}	43
4 Les ensembles \mathbb{Z} et \mathbb{Q}	44
5 Le corps \mathbb{R} des réels	44
5.1 Propriétés fondamentales	44

5.2 Valeur absolue	45
5.3 Qu'est-ce qu'un nombre réel	45
6 Le corps \mathbb{C} des nombres complexes	45
6.1 Argument d'un nombre complexe	47
6.2 Exponentielle complexe	48
6.3 Équations du second degré	48
7 Exercices	50
7.1 Généralités sur \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et \mathbb{R}	50
7.2 Nombres complexes	51
8 Solutions	55
Chapitre III. ARITHMÉTIQUE	61
1 Division euclidienne	61
2 Sous-groupes de \mathbb{Z}	62
3 P.G.C.D. et P.P.C.M. de deux entiers relatifs	63
4 Entiers relatifs premiers entre eux	64
5 Algorithme d'EUCLIDE	66
5.1 Algorithme	66
5.2 Justification	66
5.3 Exemple	66
6 Nombres premiers	67
7 Congruences	68
8 L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	69
9 Exercices	72
10 Solutions	77
Chapitre IV. POLYNÔMES	85
1 Généralités	85
2 Division euclidienne ou suivant les puissances décroissantes	89
3 Idéaux de $\mathbb{K}[x]$	90
4 P.G.C.D. et P.P.C.M. de deux polynômes	92
4.1 Définitions	92
4.2 Propriétés élémentaires	92
4.3 Algorithme d'EUCLIDE	93
5 Polynômes premiers entre eux	93
6 Polynômes irréductibles	95
6.1 Facteurs irréductibles	95
6.2 Cas particulier des polynômes unitaires de degré un	96
6.3 Polynômes irréductibles sur \mathbb{C} ou \mathbb{R}	97
7 Relations entre coefficients et racines	98
8 Division suivant les puissances croissantes	99
9 L'anneau $\mathbb{K}[x]/(P \in \mathbb{K}[x])$	100
10 Fractions rationnelles	101
11 Pratique de la décomposition en éléments simples	103
12 Exercices	105
12.1 Polynômes	105
12.2 Fractions rationnelles	110
13 Solutions	112
Index terminologique	126

Cette collection est un ensemble de manuels de Mathématiques destinés aux étudiants en DEUG-Sciences. Chaque volume comprend le cours sous la forme la plus dépouillée — tout en gardant la rigueur mathématique — des exercices en application du cours et leurs solutions détaillées, fruit de plusieurs années d'expérience d'enseignement en premier cycle.

Ainsi, l'étudiant peut travailler seul en s'entraînant à la résolution des exercices ou en complétant ses notes de cours.

Ce volume traite plus particulièrement d'Algèbre du premier niveau. On y trouvera le vocabulaire de base, les ensembles fondamentaux, l'arithmétique, les polynômes et les fractions rationnelles avec plus de 100 exercices corrigés.



9 782729 845087

ISBN 2-7298-4508-9